

Développement d'un outil de calcul de la
charge de ruine des roues aubagées en titane

Aspects implémentation de modèles à endommagement

L.Papeleux
LTAS-MN²L

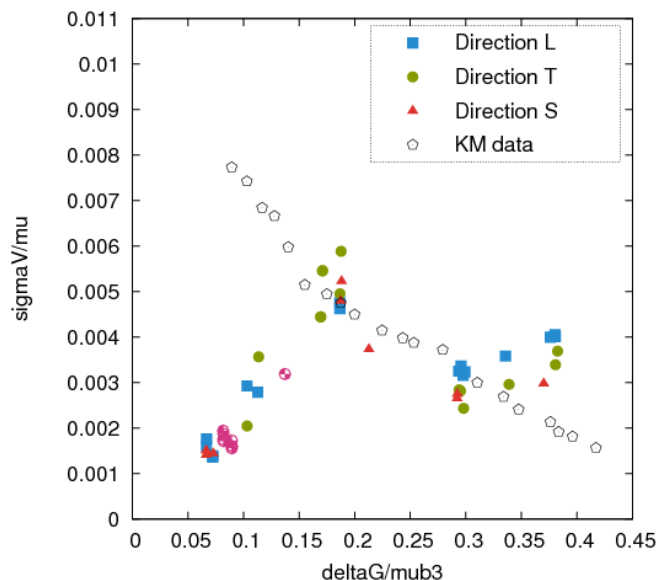


- Retour sur le modèle Visco-Kocks Mecking
- Modèle de Gurson Elasto-plastique
 - Modèle
 - Algorithmique
 - Validation
 - Validation Kocks Mecking
- Modèle de Gurson Elasto-Visco-Plastique
 - Adaptation du modèle
 - Validation
 - Validation Visco-Kocks-Mecking
- Conclusions

Modèle Visco-Kocks Mecking

Modèle Visco – Kocks-Mecking : Modèle

- Evolution de Sigma_Voce : Définition d'un modèle tri-linéaire



$$g = \frac{kT}{\mu b^3} \ln \left(\frac{\dot{\bar{\epsilon}}_{vp}^0}{\dot{\bar{\epsilon}}_{vp}} \right)$$

$$\frac{\sigma_V}{\mu} = \begin{cases} (3.06 \cdot 10^{-2} g - 5.70 \cdot 10^{-4}) & \text{si } g < g_{12} = 0.183 \\ (-1.86 \cdot 10^{-2} g + 8.43 \cdot 10^{-3}) & \text{si } g_{12} < g < g_{23} = 0.295 \\ (9.12 \cdot 10^{-3} g + 2.40 \cdot 10^{-4}) & \text{si } g_{23} < g \end{cases}$$

Dépendance de la limite élastique

$$\sigma_0 = A + B T + (C + D T) \ln(\dot{\bar{\epsilon}}_{vp})$$

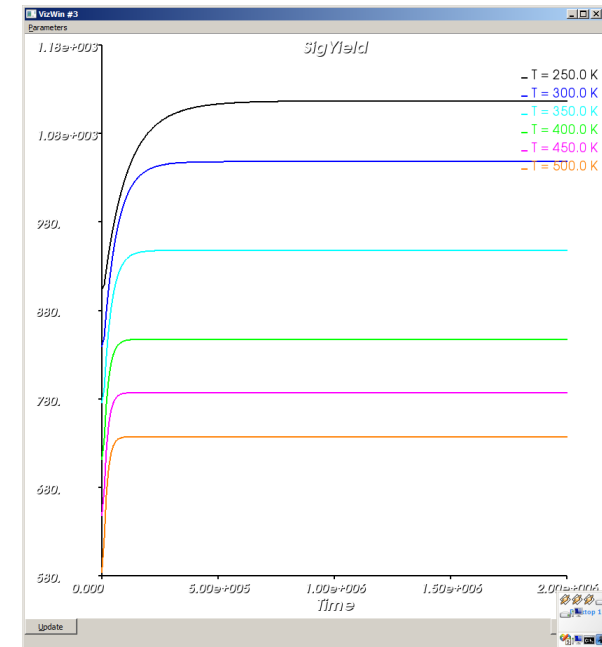
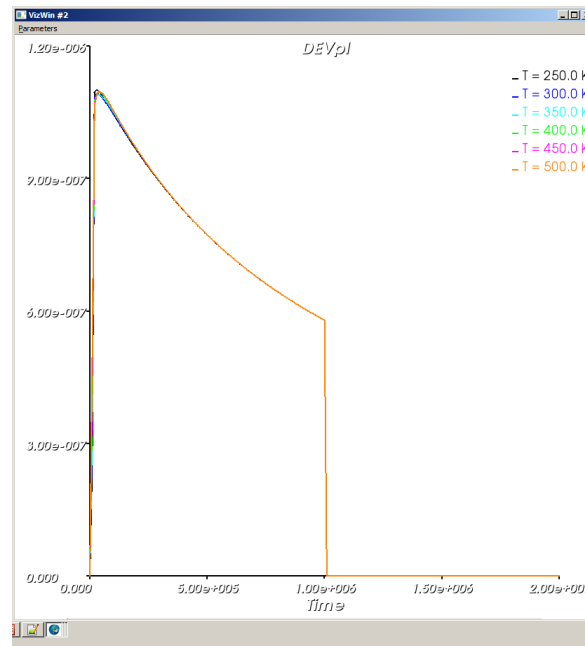
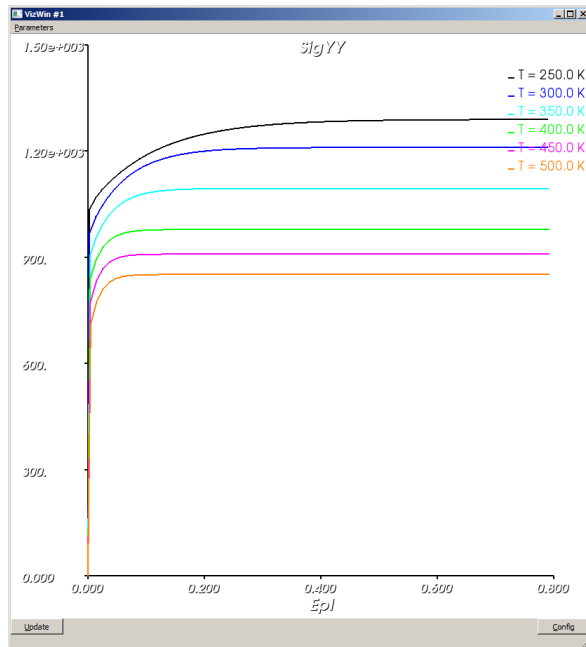
$$\sigma_Y(\bar{\epsilon}_{vp}, \dot{\bar{\epsilon}}_{vp}, T) = \sigma_0 + \sigma_V \left(1 - \exp \left(-\frac{\theta_0}{\sigma_V} \bar{\epsilon}_{vp} \right) \right)$$

$$\lim_{\dot{\bar{\epsilon}}_{vp} \rightarrow 0} \sigma_Y(T, \bar{\epsilon}_{vp}, \dot{\bar{\epsilon}}_{vp}) = \sigma_Y(T, \bar{\epsilon}_{vp}, 1.0e-5)$$

$$\lim_{\dot{\bar{\epsilon}}_{vp} \rightarrow 0} \sigma_Y(T, \bar{\epsilon}_{vp}, \dot{\bar{\epsilon}}_{vp}) = \sigma_Y(T, \bar{\epsilon}_{vp}, \dot{\bar{\epsilon}}_{vp} + 1.0e-5)$$

Modèle Visco-Kocks Mecking

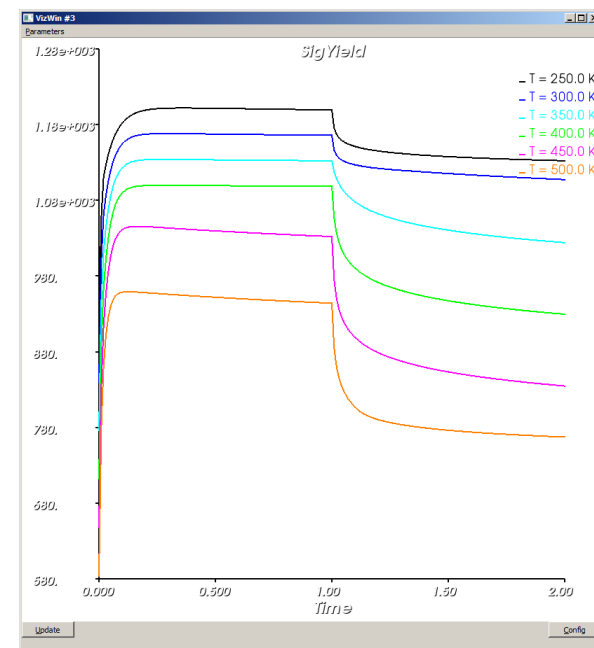
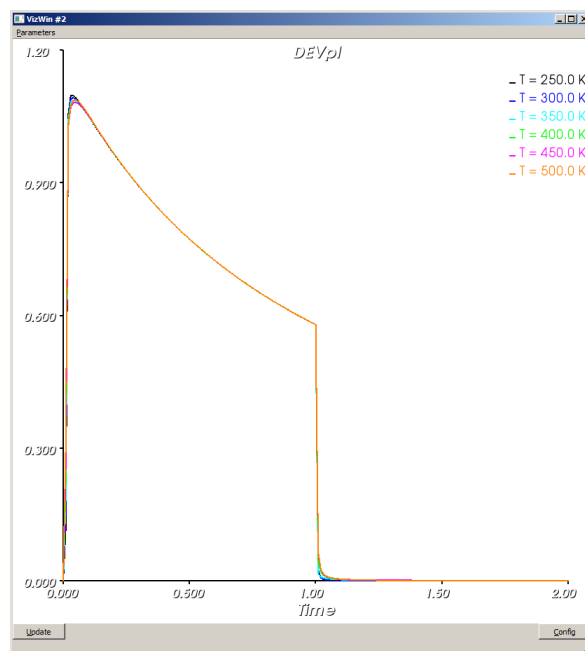
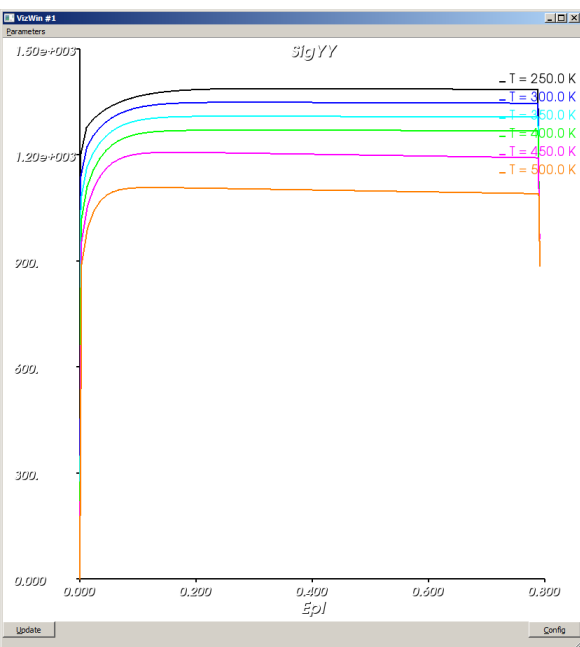
Comportement à basse vitesse ($\sim 10^{-6}$ s $^{-1}$)



- Conserve la monotonie des courbes
- Comportement en Saturation & courbure dépendant très fort de la Température
- Pas d'effet visqueux

Modèle Visco-Kocks Mecking

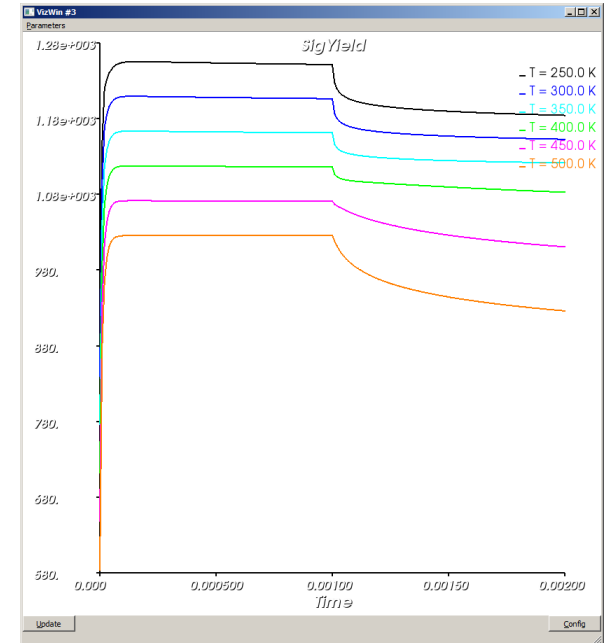
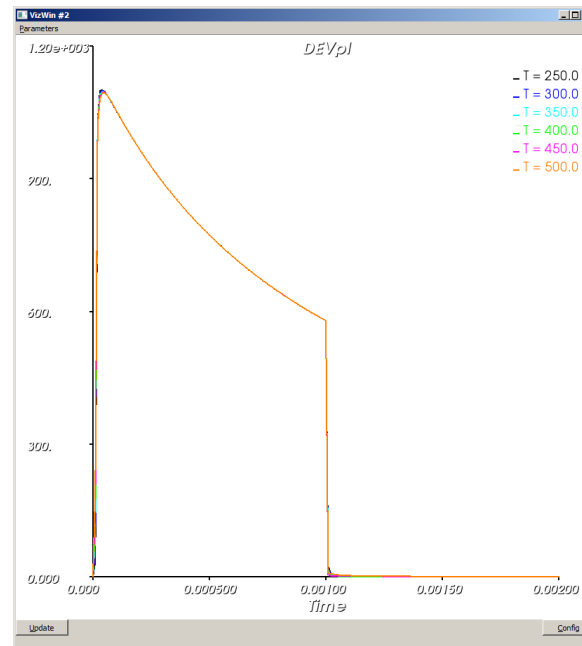
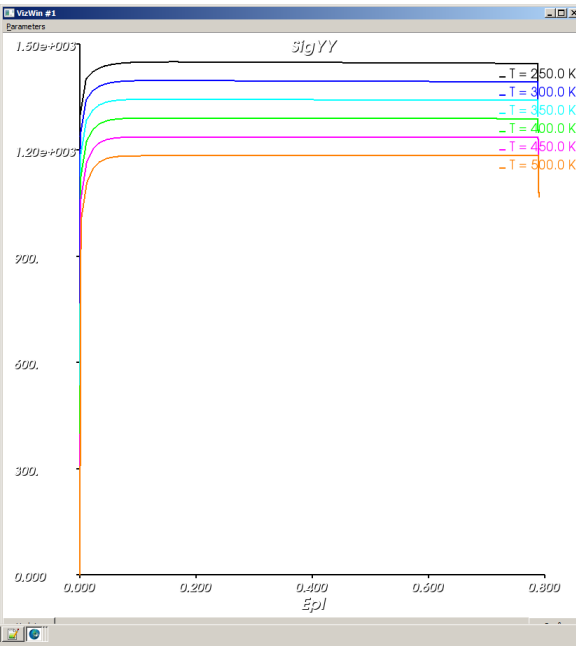
Comportement à vitesse modérée ($\sim 1 \text{ s}^{-1}$):



- Conserve la monotonie des courbes
- Effet de restauration visqueuse

Modèle Visco-Kocks Mecking

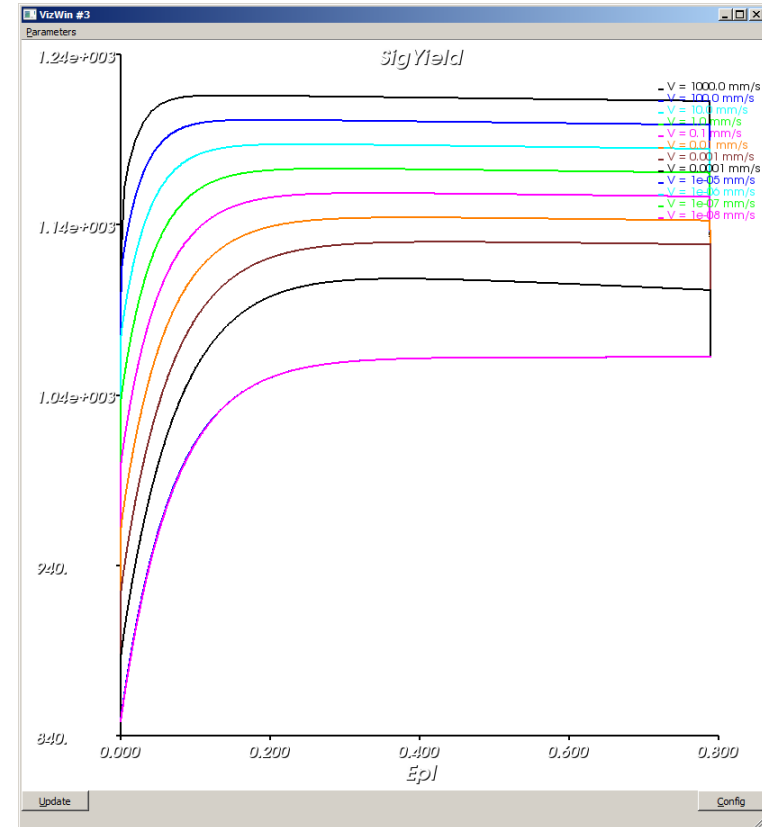
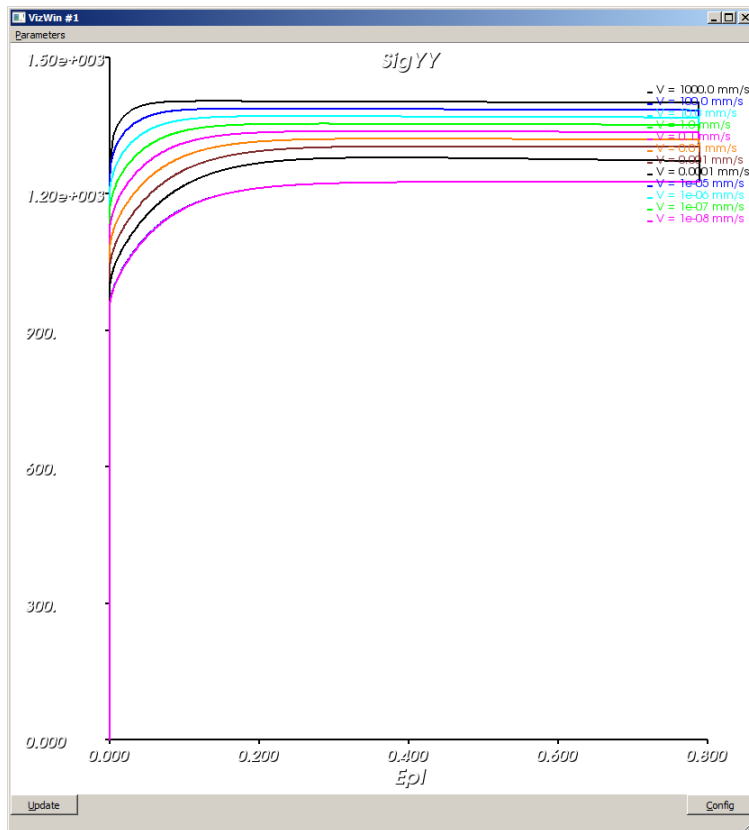
Comportement à haute vitesse ($\sim 1000 \text{ s}^{-1}$):



- Monotonie
- Courbure importante – saturation rapide
- Restauration très différente de dessous et au-dessus de 450 °K

Modèle Visco-Kocks Mecking

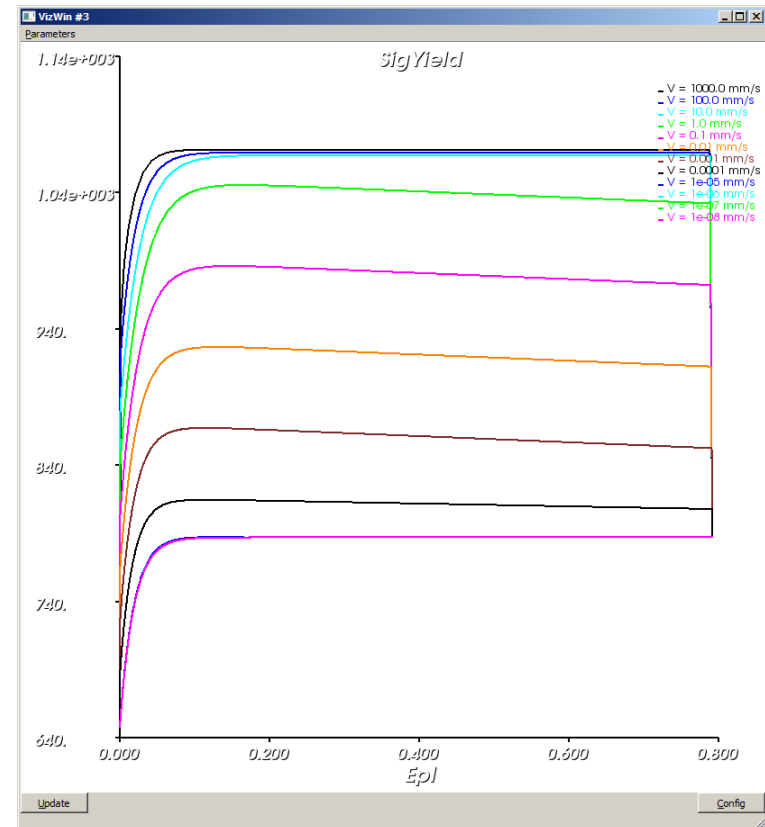
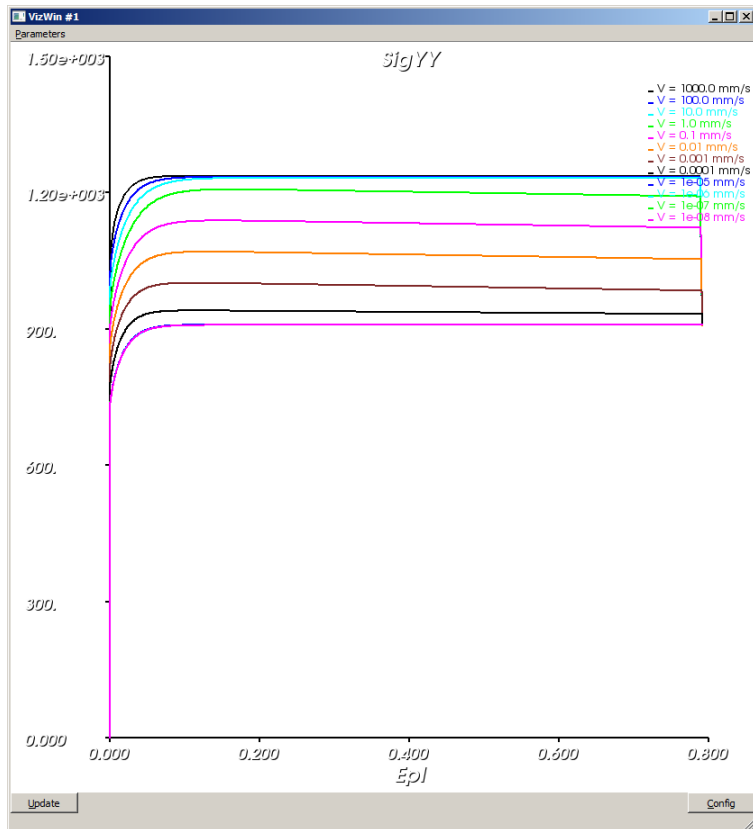
Comportement à Température ambiante (300°K):



- Monotonie entre courbes => OK
- Apparition des aspects visqueux au dessus d'une vitesse de défo de $\sim 1.0e-5$
- Courbes parfaitement confondues de deça

Modèle Visco-Kocks Mecking

Comportement à haute température (450°K):

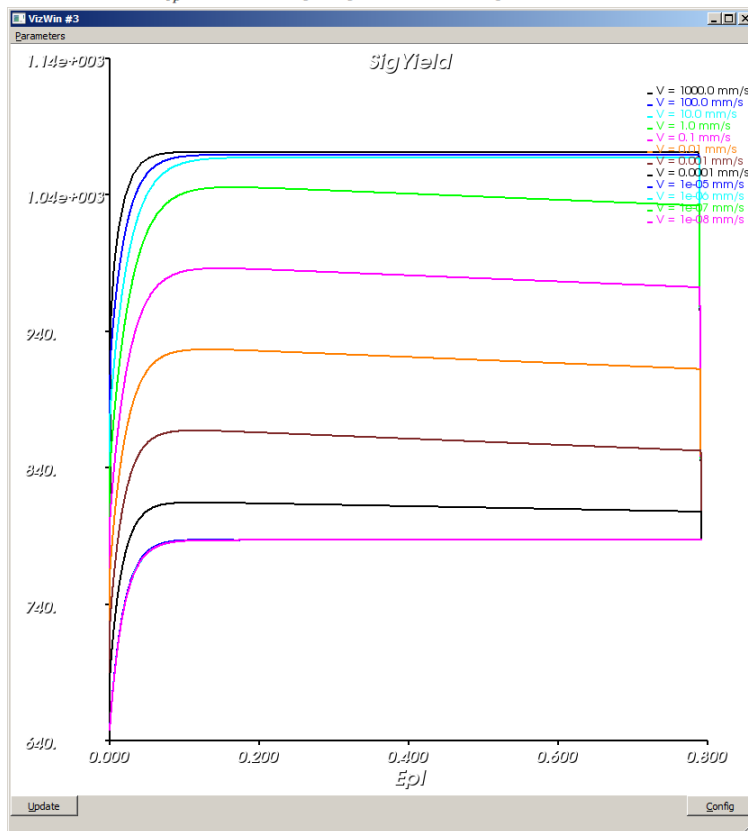


- Monotonie entre courbes => OK
- Apparition des aspects visqueux au dessus d'une vitesse de défo de $\sim 1.0^{-5}$
- Courbes parfaitement confondues de deça

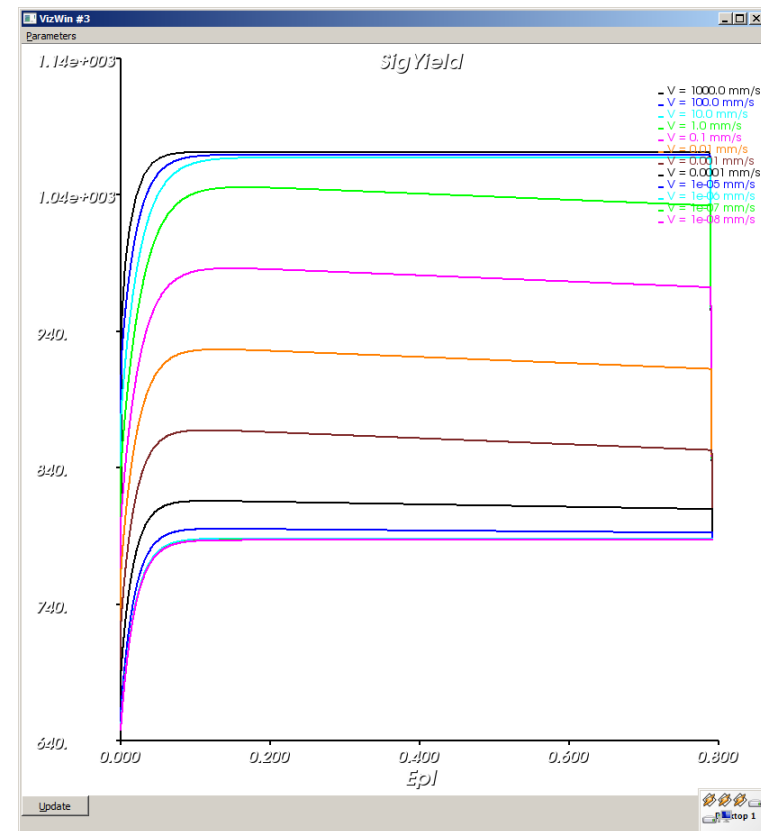
Modèle Visco-Kocks Mecking

Comportement à haute température (450°K): différence entre les 2 limites

$$\lim_{\dot{\varepsilon}_{vp} \rightarrow 0} \sigma_Y(T, \bar{\varepsilon}_{vp}, \dot{\varepsilon}_{vp}) = \sigma_Y(T, \bar{\varepsilon}_{vp}, 1.0e-5)$$



$$\lim_{\dot{\varepsilon}_{vp} \rightarrow 0} \sigma_Y(T, \bar{\varepsilon}_{vp}, \dot{\varepsilon}_{vp}) = \sigma_Y(T, \bar{\varepsilon}_{vp}, \dot{\varepsilon}_{vp} + 1.0e-5)$$



- Discrimination des modèles à très basse vitesse
- Permet de calculer les dérivées sans

Modèle Gurson

Définitions :

- d variable d'endommagement
$$d = 1 - \frac{\rho}{\rho_M}$$

- Potentiel d'un solide poreux de Gurson Tvergaard :

$$\Phi \equiv \frac{\sigma_{eq}^2}{\sigma_Y^2} + 2\alpha_1 d \cosh\left(\frac{\alpha_2}{2} \frac{3p}{\sigma_Y}\right) - 1 - \alpha_3 d^2$$

- Avec les valeurs usuellement proposée par tvergaard
 - $\alpha_1 = 1.5$
 - $\alpha_2 = 1.0$
 - $\alpha_3 = \alpha_1^2$
 - α_1 représente aussi la fraction volumique de vide ultime auquel le matériau ne représente plus aucune résistance : $\alpha_1 = 1/d_{Ultime}$

Modèle Gurson

Définitions :

- On réécrit la surface d'écoulement sous la forme :

$$f \equiv \sqrt{\frac{3}{2}}q - \omega(p, \sigma_Y, d)\sigma_Y = 0$$

- Avec :

$$q = \sqrt{(s_{ij}s_{ij})}$$

- Et :

$$\omega = \sqrt{1 - 2\alpha_1 d \cosh\left(\frac{\alpha_2}{2} \frac{3p}{\sigma_Y}\right) + \alpha_3 d^2}$$

Modèle Gurson

Dérivation des équations :

- Hypothèse hypo-élastique :
- La variation des contraintes est lié via la loi de Hooke à la variation des déformations élastiques :
- Loi d'écoulement plastique :
- Equivalence entre la dissipation microscopique et macroscopique
- Lois d'évolution de l'endommagement

$$D_{ij} = D_{ij}^E + D_{ij}^{pl}$$

$$\dot{\sigma}_{ij} = H_{ijkl} D_{kl}^E$$

$$\begin{aligned} D_{ij}^{pl} &= \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \\ &= \dot{\lambda} \left(\frac{\partial f}{\partial s_{ij}} + \frac{\partial f}{\partial (3p)} \delta_{ij} \right) \end{aligned}$$

$$(1 - d) \dot{\bar{\varepsilon}}_{vp} \sigma_Y = \sigma_{ij} D_{ij}^{pl}$$

$$\dot{d} = \dot{d}(\bar{\varepsilon}_p, \dot{\bar{\varepsilon}}_p, \sigma_{ij}, \dots)$$

Modèle Gurson

Dérivation des équations :

- On obtient le système de 5 équations à 5 inconnues suivant :

$$f = \sqrt{\frac{3}{2}}q - \omega\sigma_Y = 0$$

$$p = p^E - 3K \frac{\partial f}{\partial 3p} \Gamma$$

$$q = q^E - 2G \frac{\partial f}{\partial q} \Gamma$$

$$d^1 = d^0 + \dot{d}\Gamma$$

$$\bar{\varepsilon}_{vp}^1 = \bar{\varepsilon}_{vp}^0 + \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}q - p \frac{\partial \omega}{\partial p} \sigma_Y}{(1-d)\sigma_Y} \Gamma$$

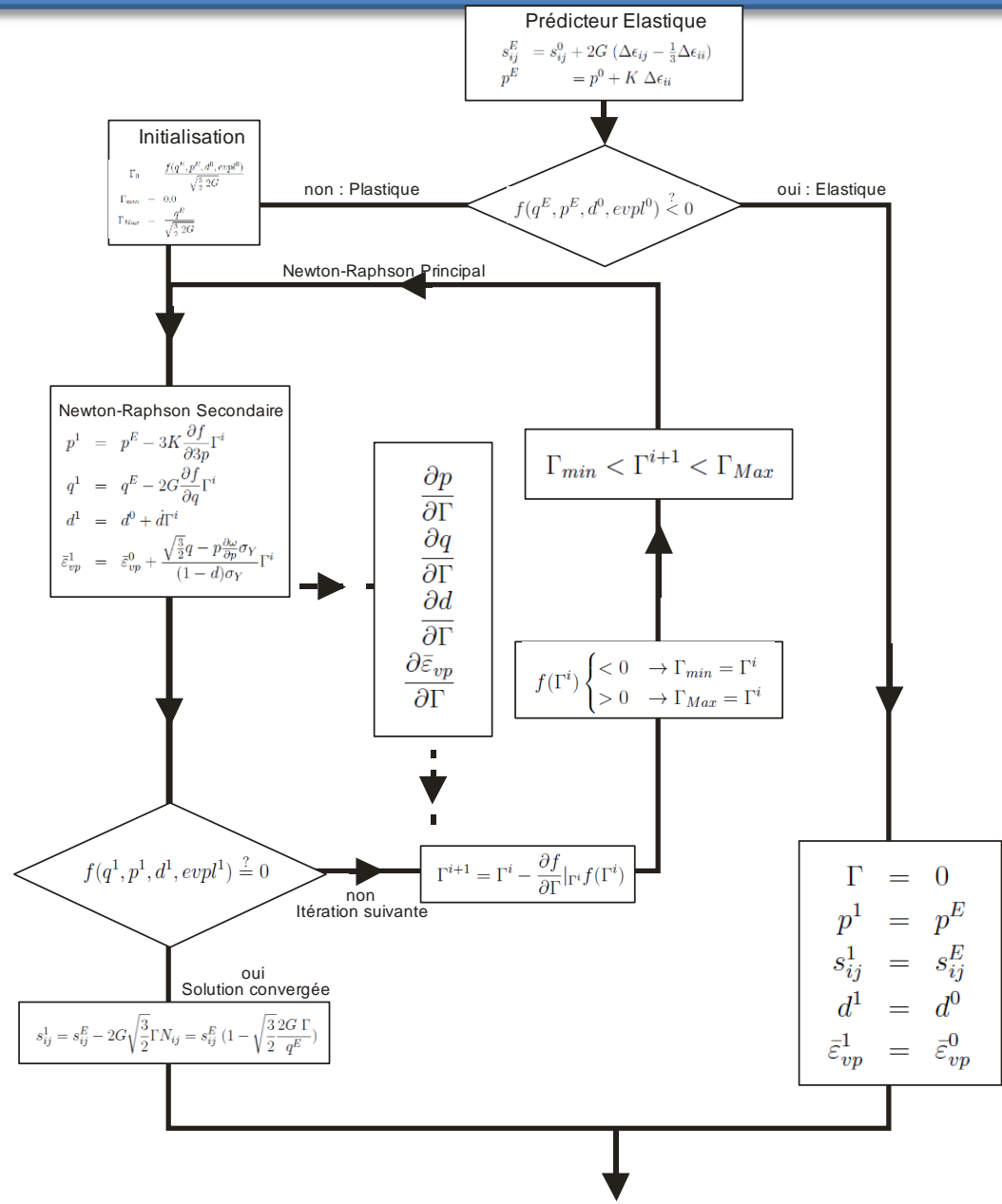
- Avec une dépendance implicite au travers de la loi d'écrouissage :

$$\sigma_Y = \sigma_Y(\bar{\varepsilon}_p, \dot{\bar{\varepsilon}}_p)$$

Modèle Gurson

Résolution :

- Schéma prédictor – correcteur
- Schéma complètement implicite (« retour radial »)
- Dissociation du système de 5 équations en 2 newtons imbriqués (permet de borner $\Gamma_{\min} < \Gamma < \Gamma_{\max}$)
- Adimensionalisation du Newton Raphson secondaire



Modèle Gurson

Evolution de l'endommagement :

Trois phénomènes interviennent sur la variation de l'endommagement :

- Création de vides ou Nucléation d_N
- Croissance des vides d_G
- Coalescence d_C

- Nucléation :

- Loi de nucléation contrôlée par la défo plastique :

$$\dot{d}_n = A(\bar{\epsilon}_p) \dot{\bar{\epsilon}}_p$$

- Modèle de Chu – Needleman (distribution statistique normale)

$$A(\bar{\epsilon}_p) = \frac{d_N}{S_N \sqrt{2\pi}} \exp \left(\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\epsilon}_p - \epsilon_N}{S_N} \right)^2 \right] \right)$$

- Croissance :

- Basée sur la conservation de la masse et l'hypothèse que la déformation est entièrement plastique (hypothèse limite en élasto-plastique)

$$\dot{d}_g = (1 - d) D_{nn}^{pl}$$

- Soit tous calculs faits :
- $$\dot{d}_g = -(1 - d) \sqrt{\frac{2}{3}} \Lambda \frac{\partial \omega}{\partial p} \sigma_Y$$

Modèle Gurson

Evolution de l'endommagement :

- Coalescence :

- Loi de Tvergaard :
$$\dot{d}_c = \frac{d_U - d_{crit}}{\Delta\epsilon} \dot{\epsilon}_p$$

- Au final :

$$\dot{d} = \begin{cases} \dot{d}_n + \dot{d}_g & \text{si } d < d_{crit} \\ \dot{d}_c & \text{si } d > d_{crit} \end{cases}$$

Modèle Gurson

Influence de l'endommagement sur l'élasticité :

- Adaptation des modules de cisaillement et de compressibilité à l'endommagement :

- Mori-Tanaka :

$$G(d) = \frac{G_0 (1 - d)}{1 + \frac{6 K_0 + 12 G_0}{9 K_0 + 8 G_0} d}$$

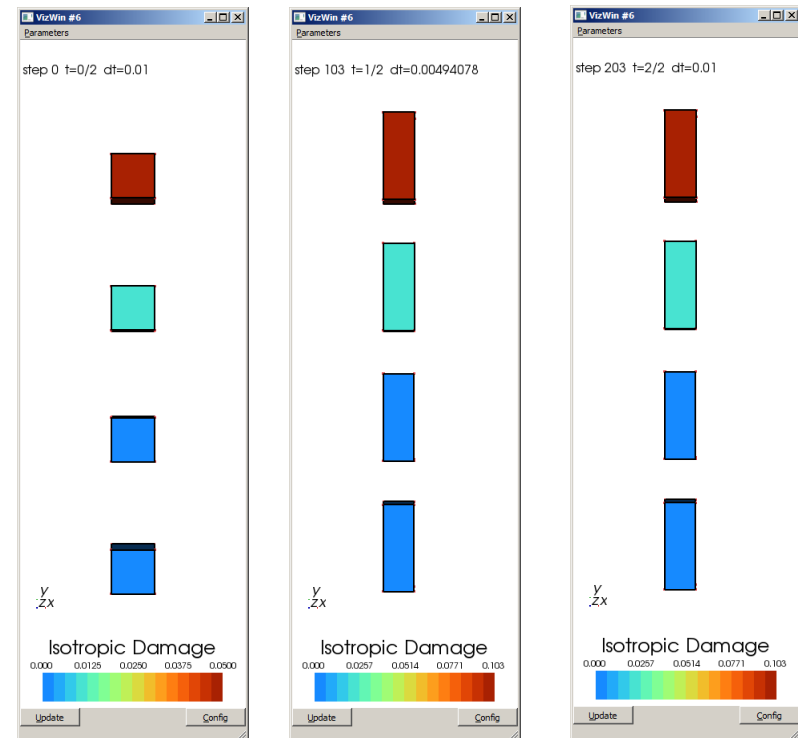
$$K(d) = \frac{4 K_0 G_0 (1 - d)}{4 G_0 + 3 K_0 d}$$

- Attention à prendre en compte la dépendance des modules élastiques dans les Newton-Raphson's

Modèle Gurson

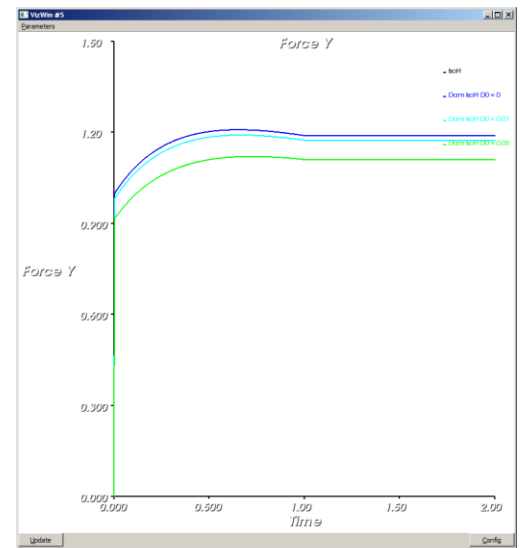
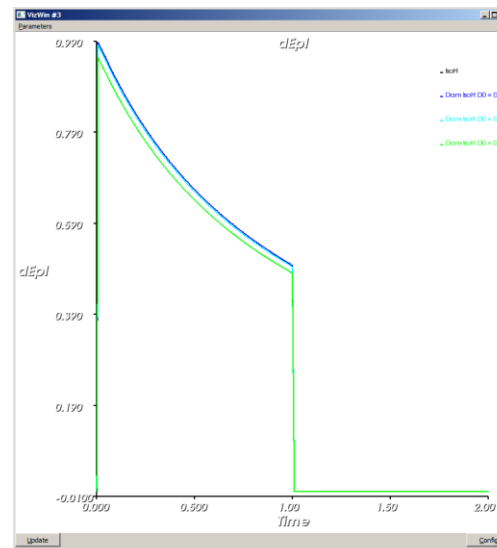
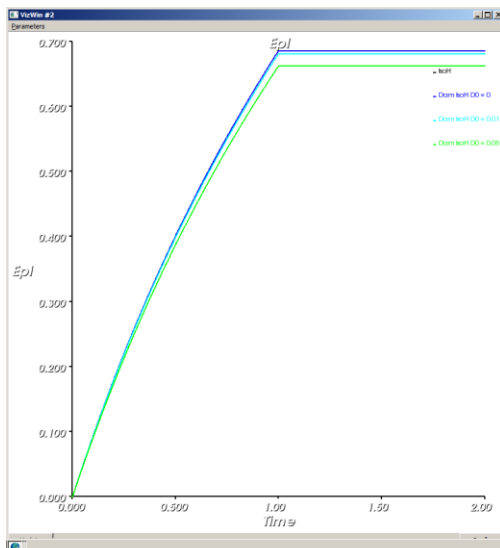
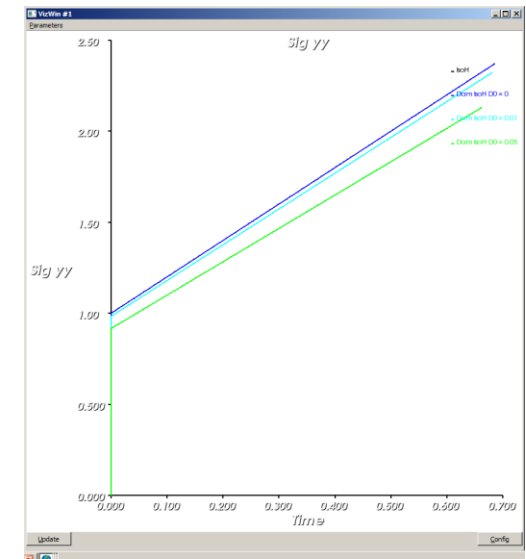
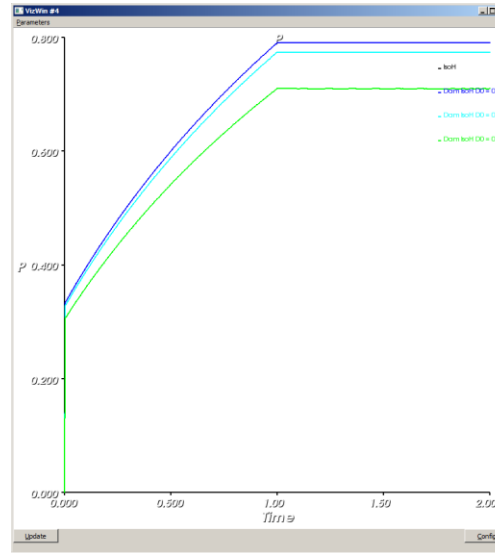
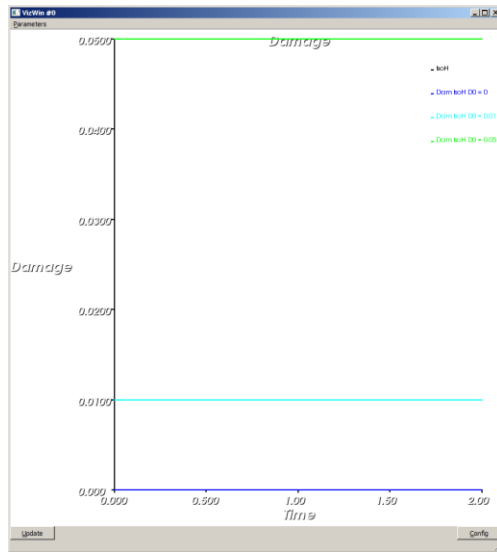
Validation du Modèle Gurson Elasto-Plastique :

- Données adimensionalisées sur σ_0 :
- Module de Young : 300.0
- Coefficient de Poisson : 0.3
- Ecrouissage Linéaire :
 - $\sigma_0 = 1$
 - $H = 2$
- Nucleation :
 - $\epsilon_N = 0.05$
 - $d_N = 0.01$ ou $d_N = 0.1$
 - « rapide » :
 - $s_N = 0.01$
 - « Lente » :
 - $s_N = 0.1$
- Chargement :
 - Phase 1 (0->1) Traction pure à 100%
 - Phase 2 (1->2) Maintient
- 4 Monos-éléments en traction
 - 1 : Elasto-plastique (isoH)
 - 2 : Gurson $d_0 = 0$
 - 3 : Gurson $d_0 = 0.01$
 - 4 : Gurson $d_0 = 0.05$



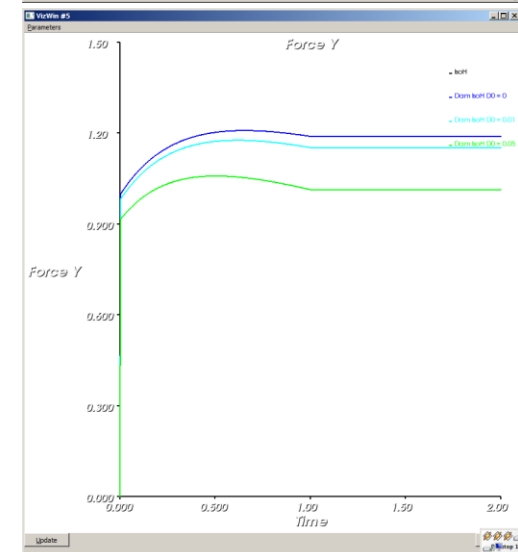
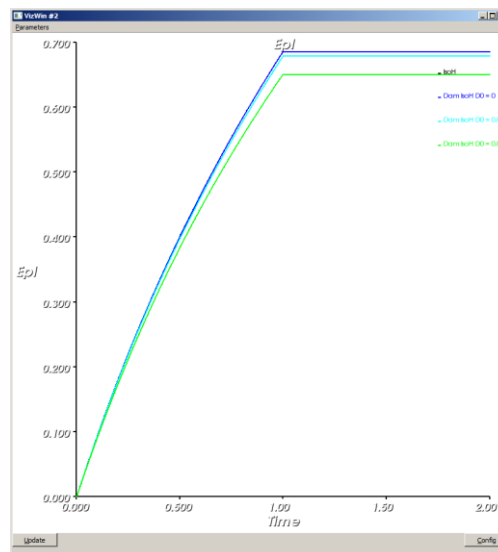
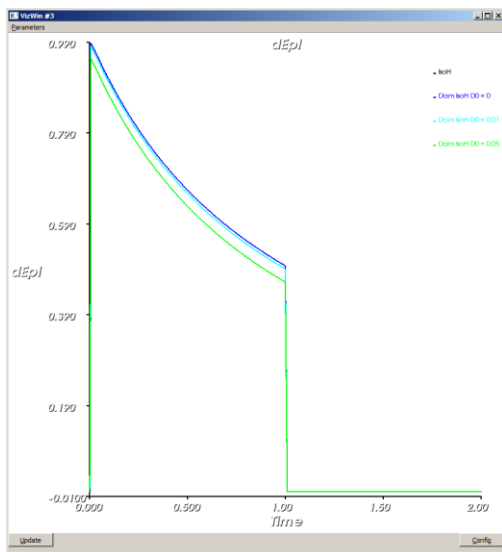
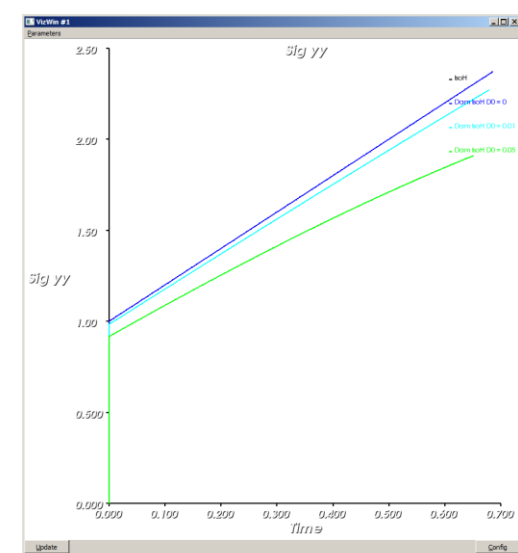
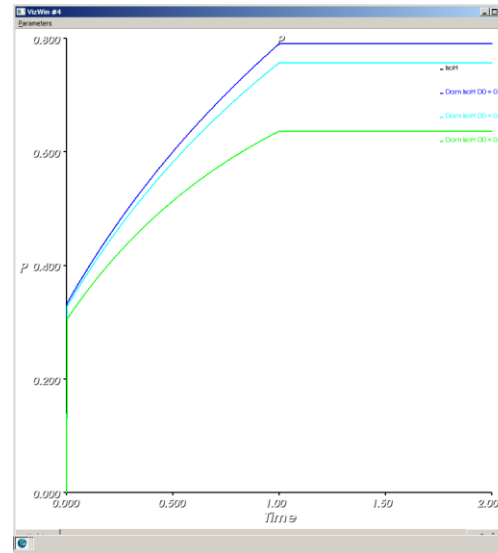
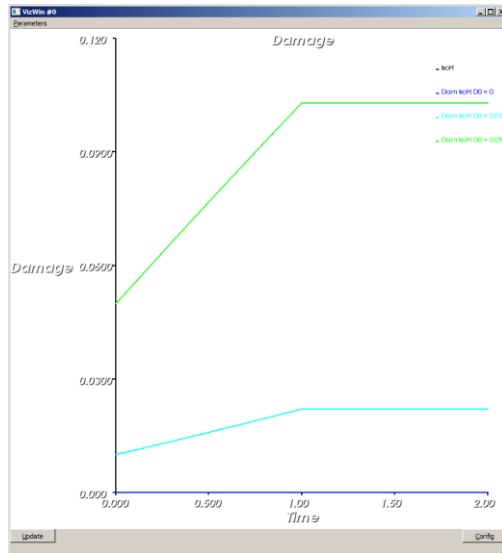
Modèle Gurson

Validation Modèle Gurson IsoH : Endommagement constant



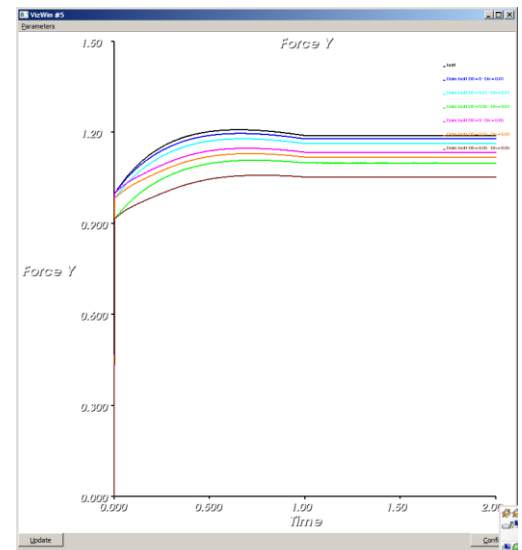
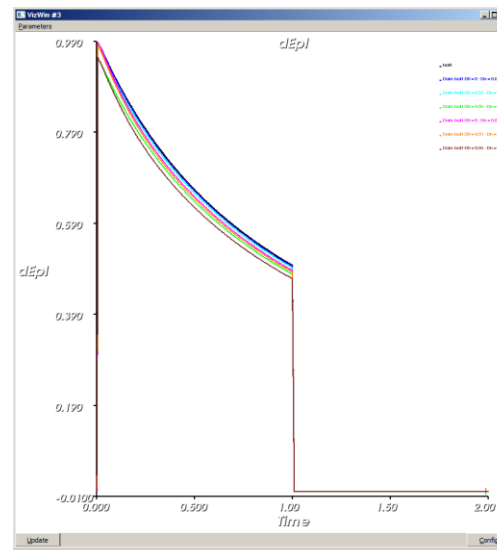
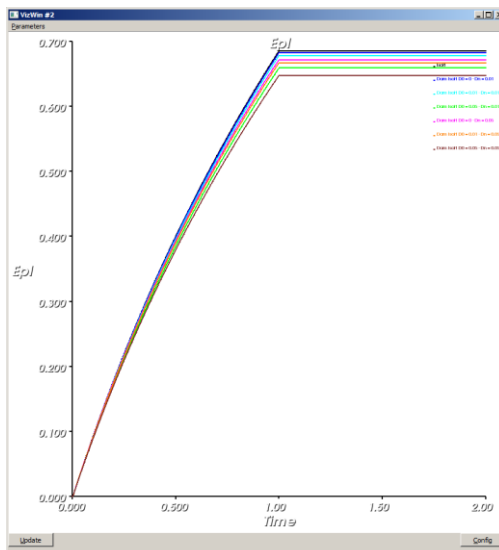
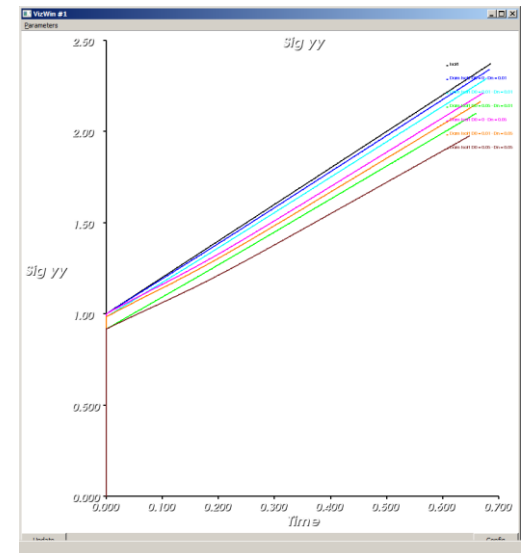
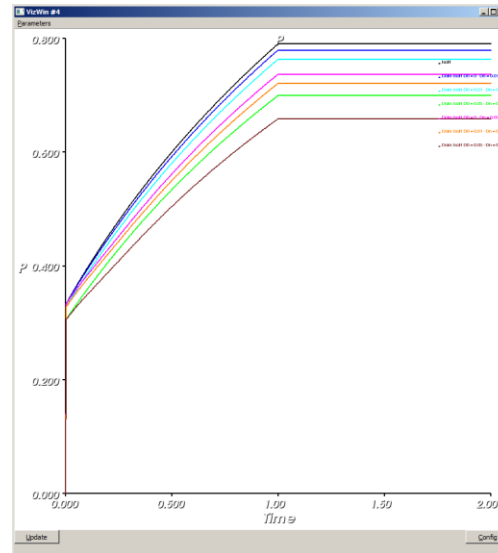
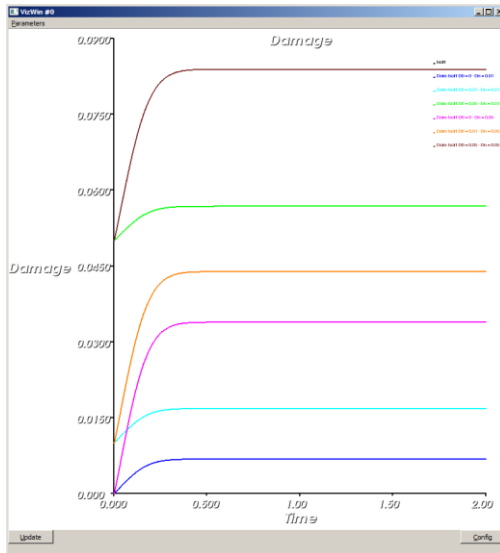
Modèle Gurson

Modèle Gurson IsoH : Croissance de l'endommagement



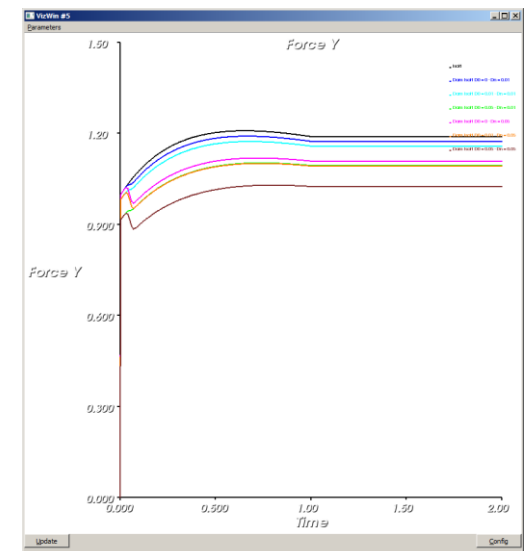
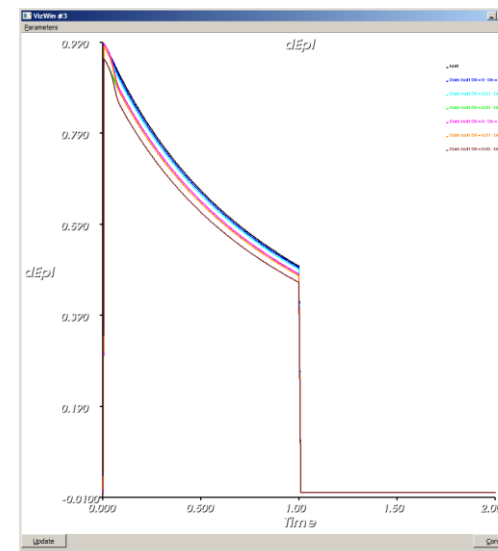
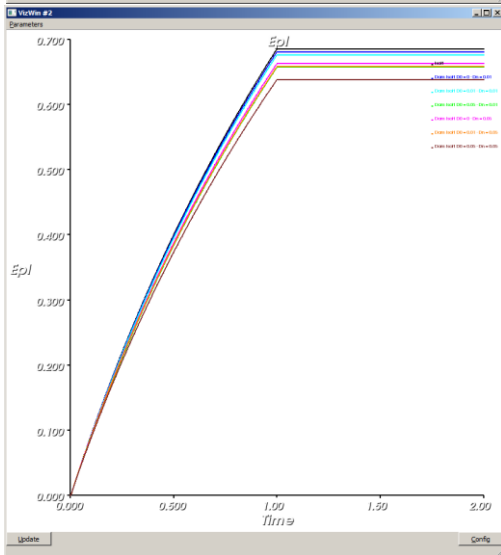
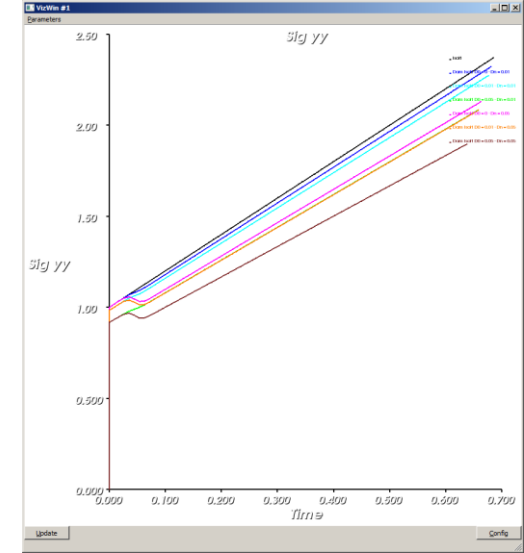
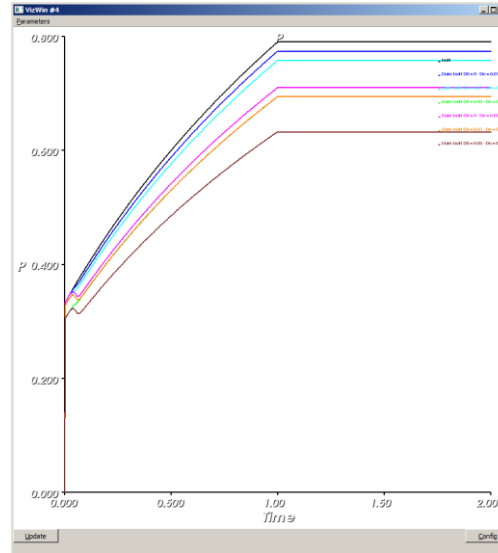
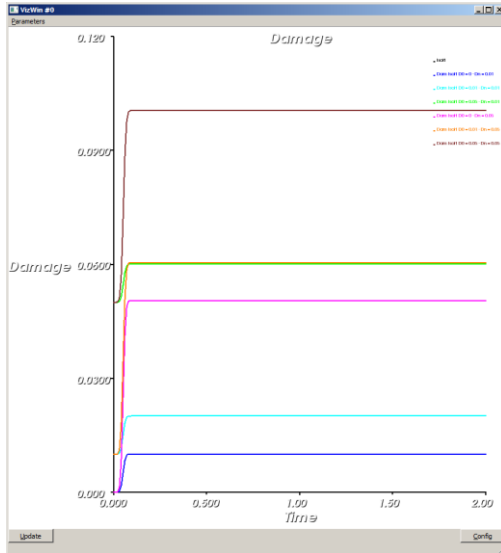
Modèle Gurson

Validation Modèle Gurson IsoH : Nucleation "lente"



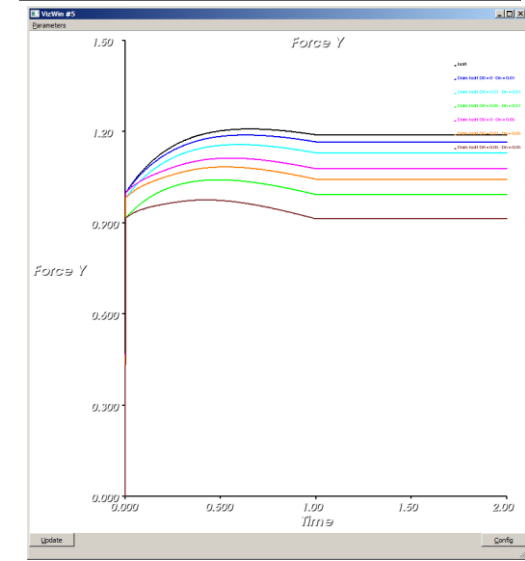
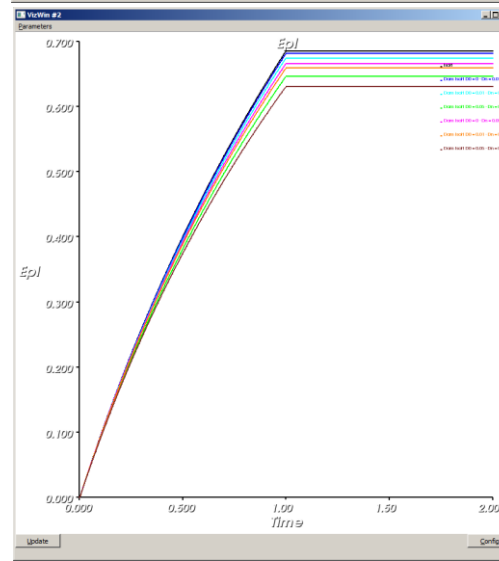
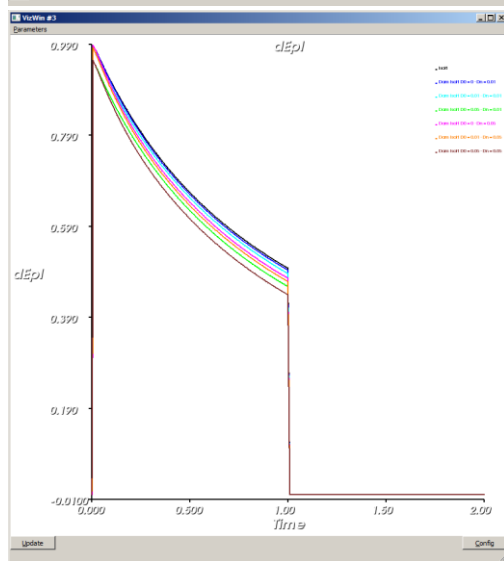
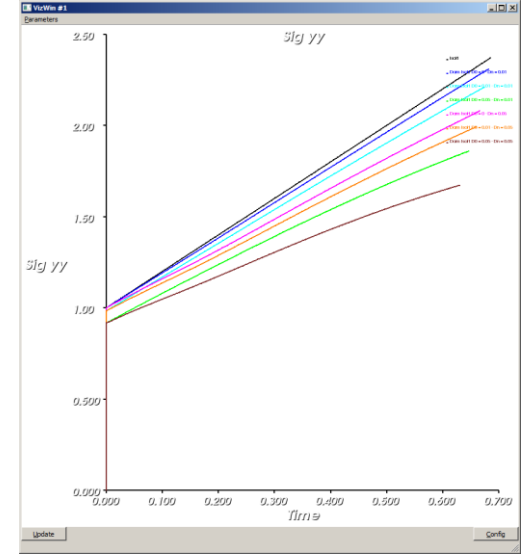
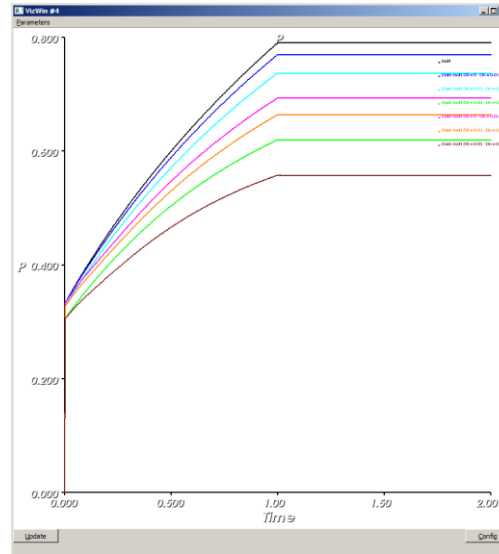
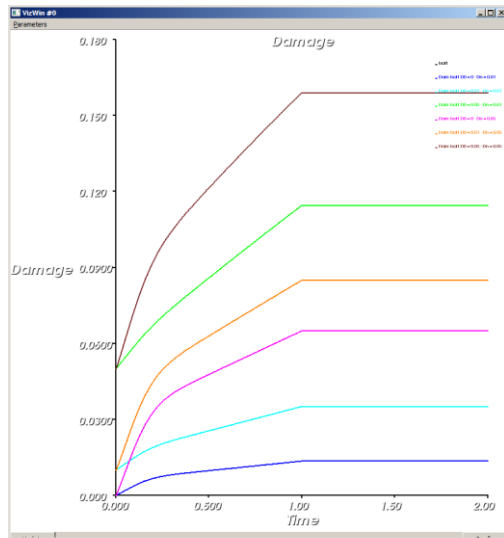
Modèle Gurson

Validation Modèle Gurson IsoH : Nucleation "rapide"



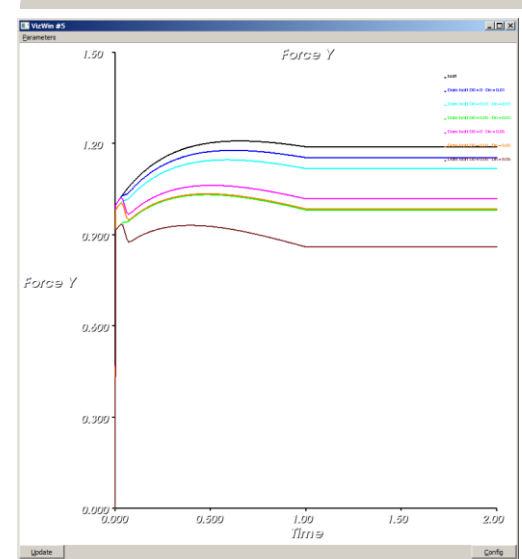
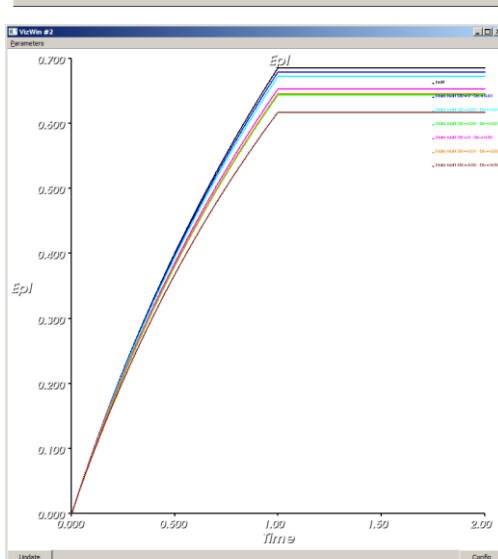
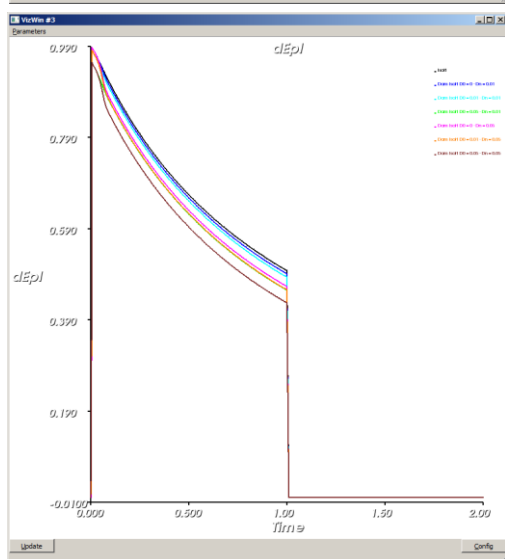
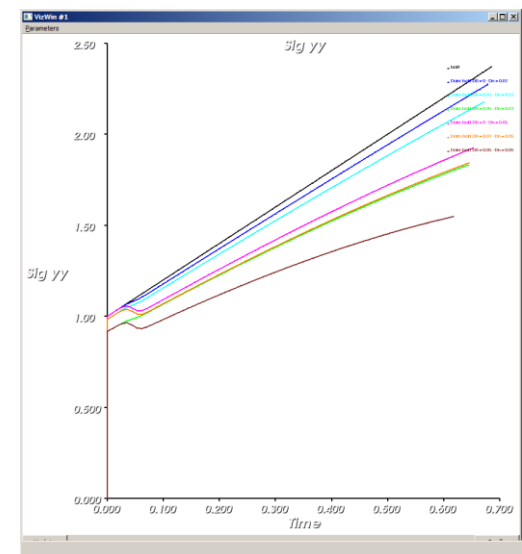
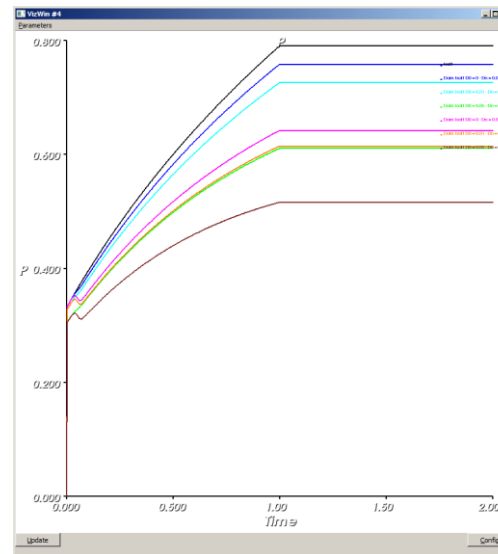
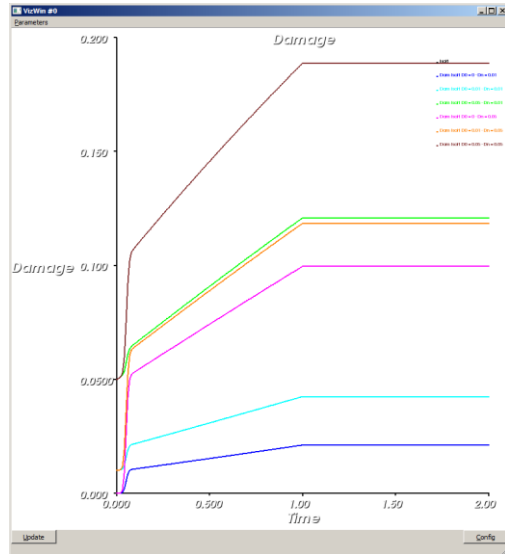
Modèle Gurson

Validation Modèle Gurson IsoH : Nucleation "lente" + croissance



Modèle Gurson

Validation Modèle Gurson IsoH : Nucleation "rapide" + croissance



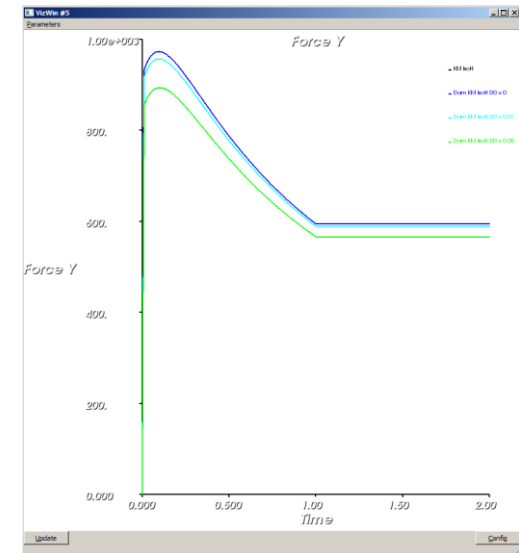
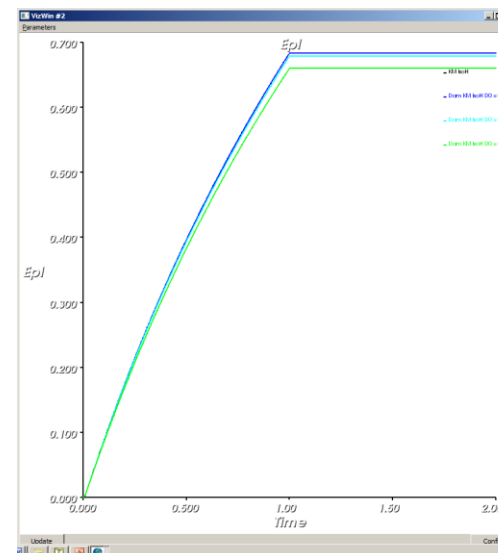
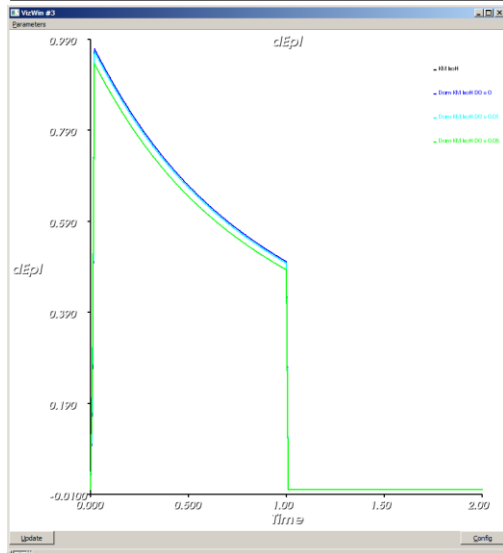
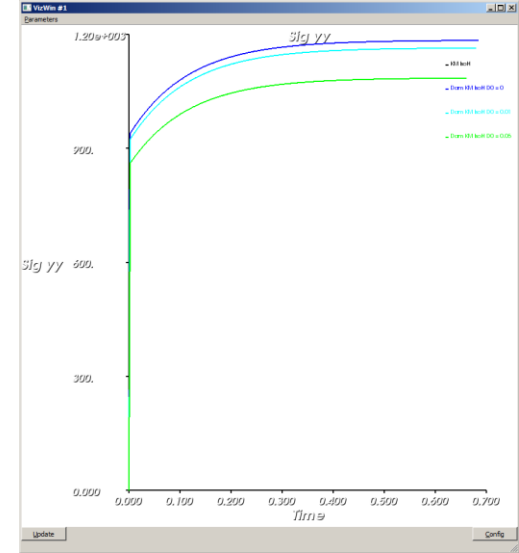
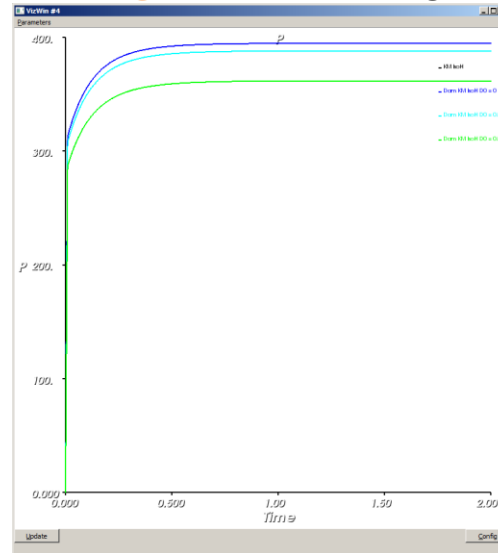
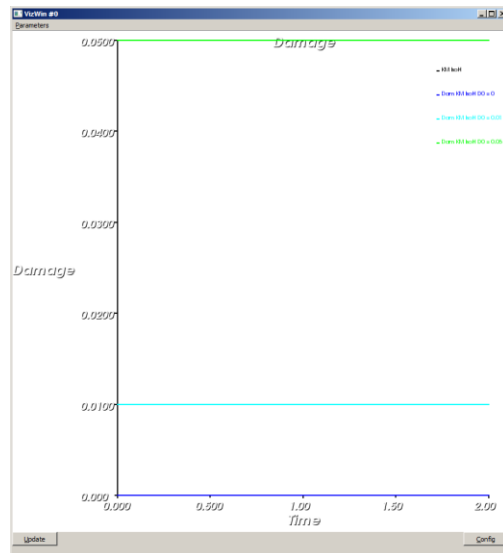
Modèle Gurson

Validation du Modèle Gurson sur l'écrouissage Kocks Mecking :

- Données non adimensionalisées : (utilisation de l'adimensionalisation interne)
- Module de Young : 120000.0 Mpa
- Coefficient de Poisson : 0.31
- Ecrouissage Kocks Mecking :
 - $\sigma_0 = 934.0$ Mpa
 - $\beta = 8.7$
 - $\theta_0 = 2180.0$ Mpa
 - $\theta_4 = 0.0$ Mpa
- Nucleation :
 - $\varepsilon_N = 0.05$
 - $d_N = 0.01$ ou $d_N = 0.1$
 - « rapide » :
 - $s_N = 0.01$
 - « Lente » :
 - $s_N = 0.1$

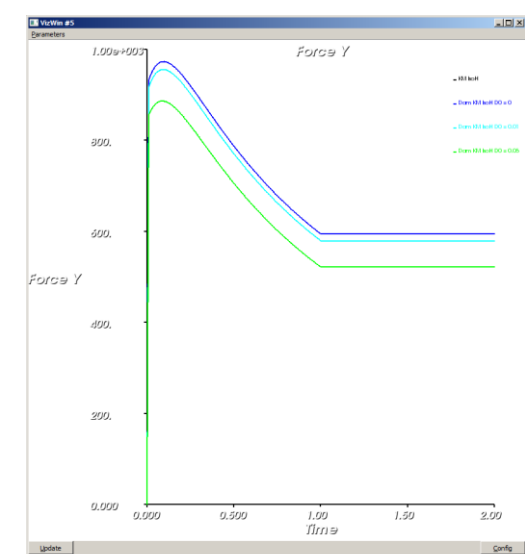
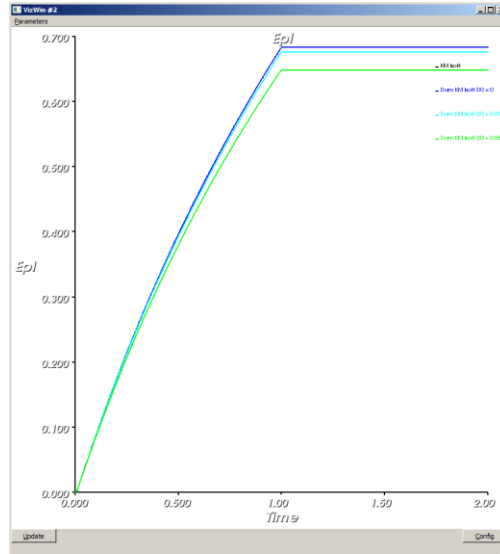
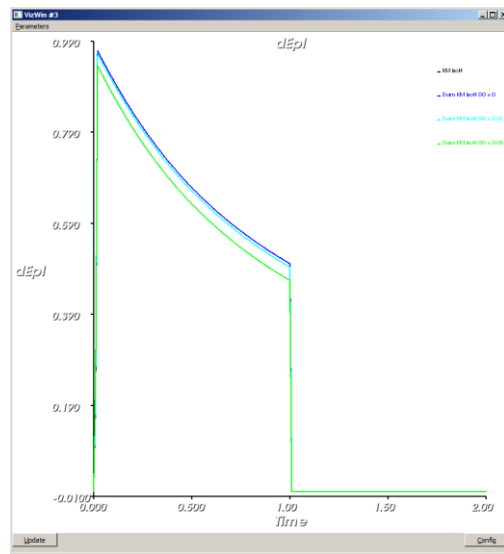
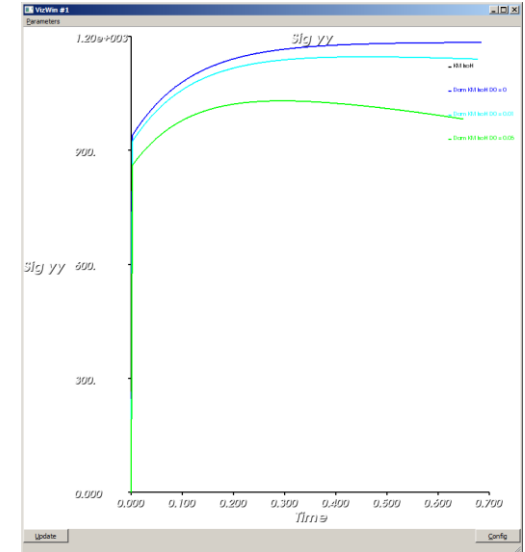
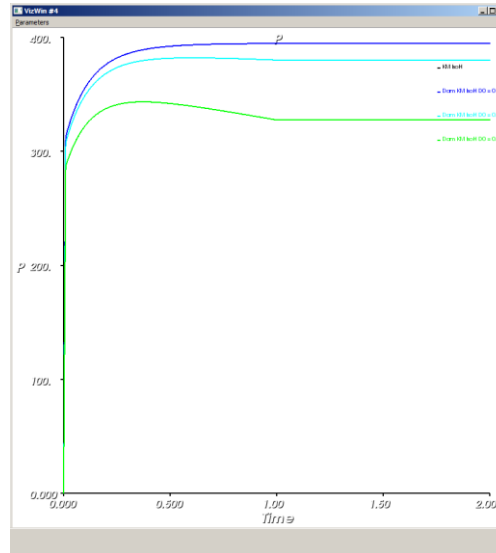
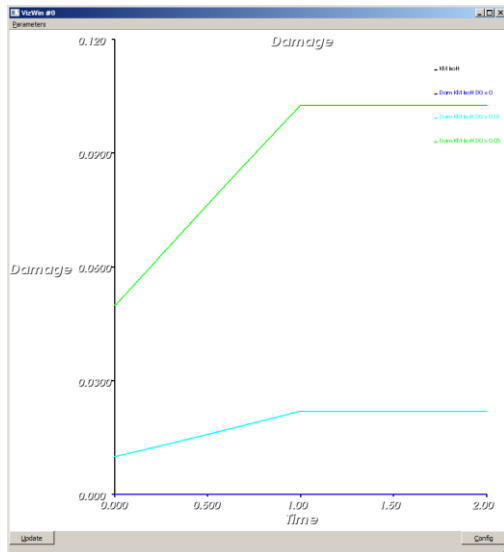
Modèle Gurson

Validation Gurson Kocks-Mecking : Endommagement constant



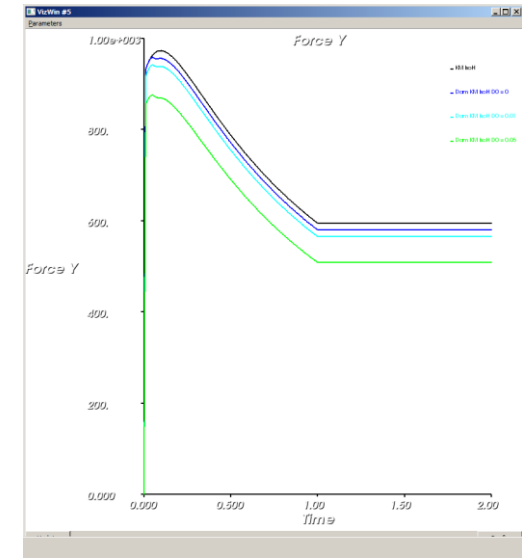
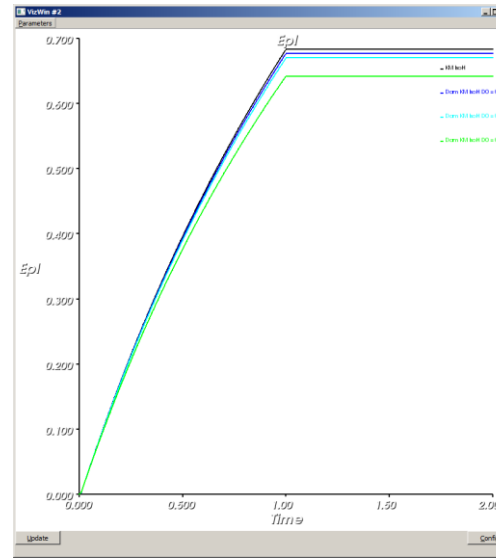
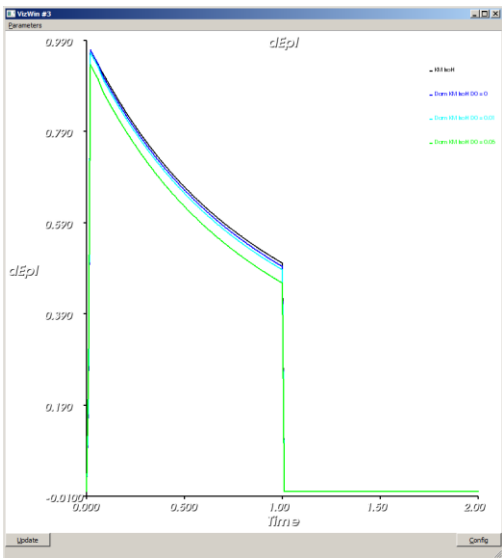
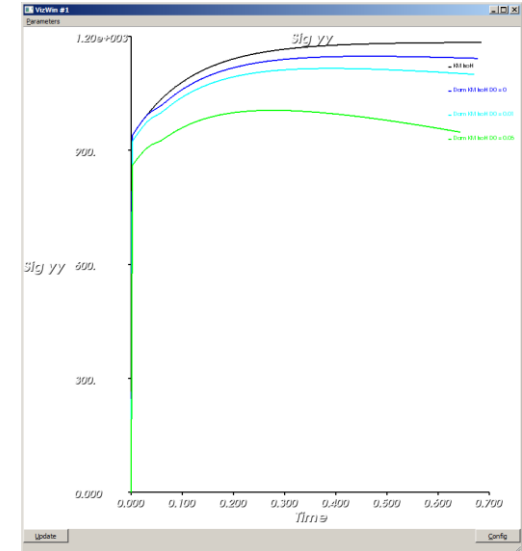
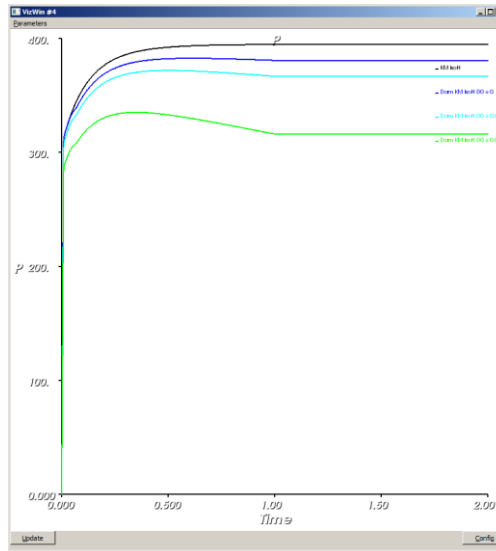
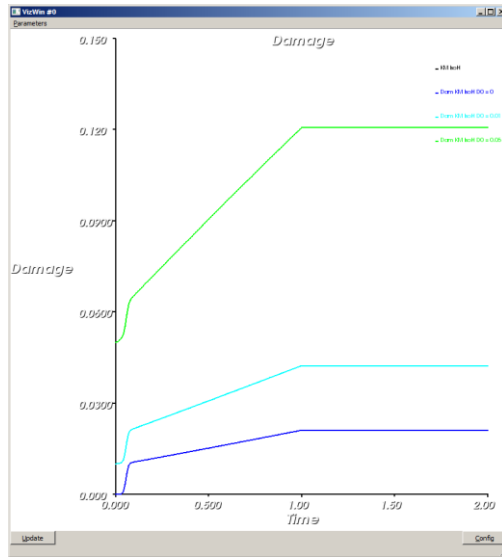
Modèle Gurson

Validation Gurson Kocks-Mecking : Croissance de l'endommagement :



Modèle Gurson

Validation Gurson Kocks-Mecking : Nucleation rapide & croissance



Modèle Gurson

Modèle Gurson Elasto-Visco-Plastique :

- Le Potentiel s'écrit :

$$\Phi \equiv \frac{\sigma_{eq}^2}{\sigma_Y^2} + 2\alpha_1 d P_m \left(\frac{\alpha_2}{2} \frac{3p}{\sigma_Y} \right) - 1 - \alpha_3 d^2$$

- Avec :

$$P_m(x) = h_m(x) + \frac{1-m}{1+m} \frac{1}{h_m(x)}$$

- et

$$h_m(x) = [1 + mx^{(1+m)}]^{\frac{1}{m}}$$

- m représentant le taux d'écrouissage :

$$m = \frac{\partial \sigma_Y}{\partial \dot{\epsilon}_{vp}} \frac{\dot{\epsilon}_{vp}}{\sigma_y}$$

- Et où on a défini :

$$x = \frac{\alpha_2}{2} \frac{3p}{\sigma_y}$$

Modèle Gurson

Modèle Gurson Visco IsoH :

- Le critère de plasticité s'écrit toujours :

$$f \equiv \sqrt{\frac{3}{2}} q - \omega(p, \sigma_Y, d) \sigma_Y = 0$$

- Avec cette fois :

$$\omega = \sqrt{1 - 2\alpha_1 d Pm(x) + \alpha_3 d^2}$$

- Le critère de plasticité étant similaire à la version élasto-plastique, la résolution ne diffère que par le calcul des dérivées de ω et à la dépendance au taux d'écoulement m
- NB :
 - Afin d'assurer l'existence de la fonction $Hm(x)$ pour les triaxialités négatives,
 - Par analogie avec le cosinus hyperbolique qui est une fonction paire, le terme x est pris en valeurs absolue :

$$x = \left| \frac{\alpha_2}{2} \frac{3p}{\sigma_y} \right| = \frac{\alpha_2}{2} \frac{3|p|}{\sigma_Y}$$

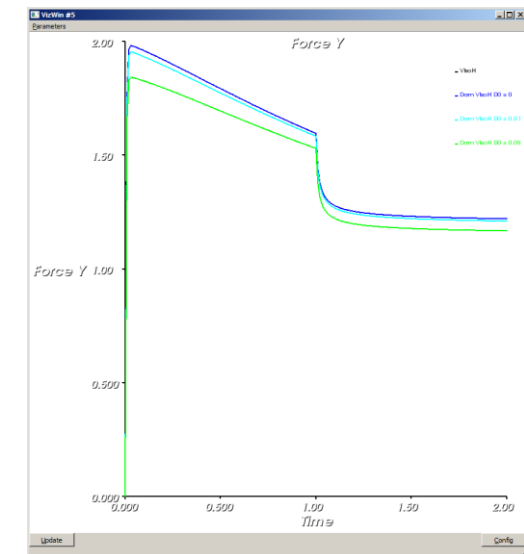
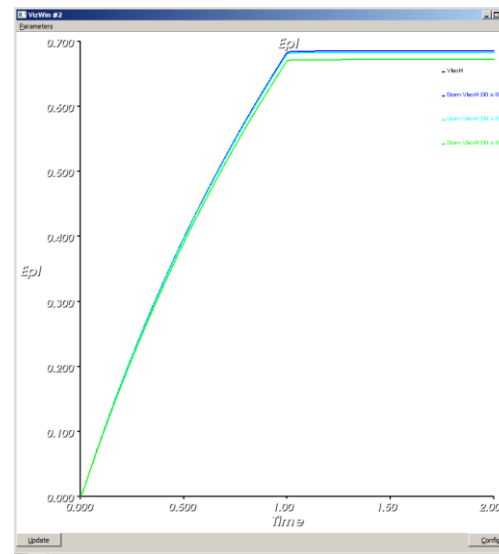
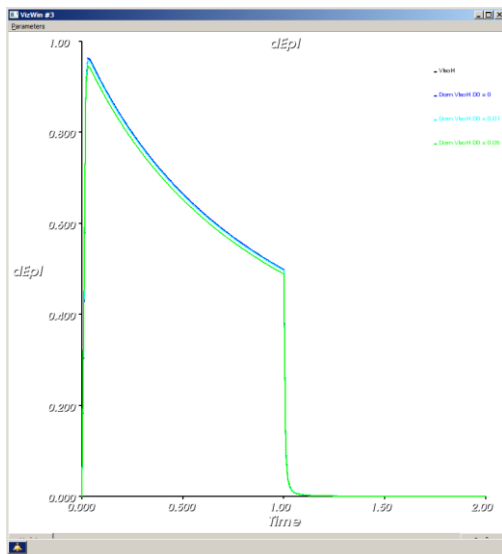
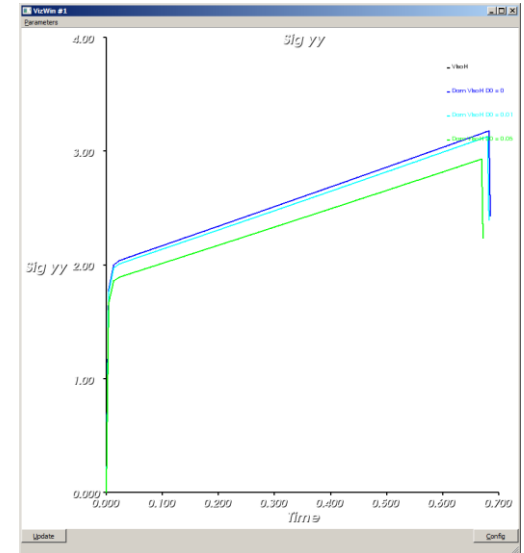
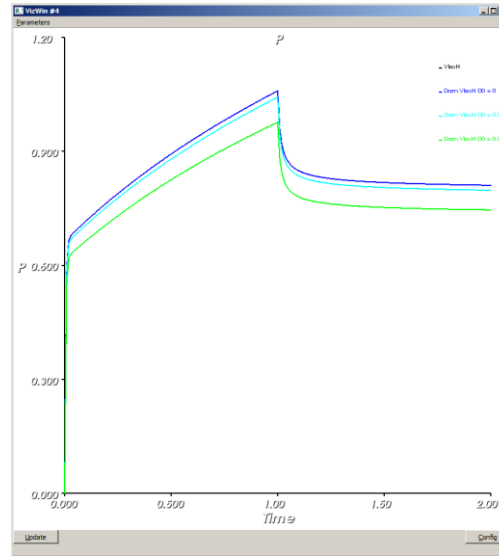
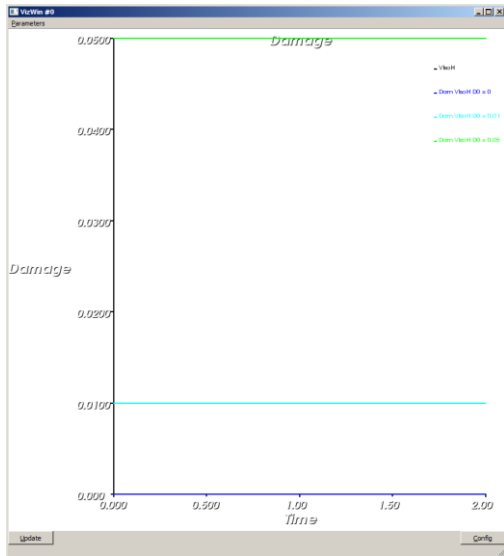
Modèle Gurson

Validation du Modèle Gurson Elasto-Visco-Plastique :

- Données adimensionalisées sur σ_0 :
- Module de Young : 300.0
- Coefficient de Poisson : 0.3
- Ecrouissage Linéaire :
 - $\sigma_0 = 1$
 - $H = 2$
- Viscoplasticité Perzina :
 - $K = 1$
 - $m = 0.3$
- Nucléation :
 - $\varepsilon_N = 0.05$
 - $d_N = 0.01$ ou $d_N = 0.1$
 - « rapide » :
 - $s_N = 0.01$
 - « Lente » :
 - $s_N = 0.1$

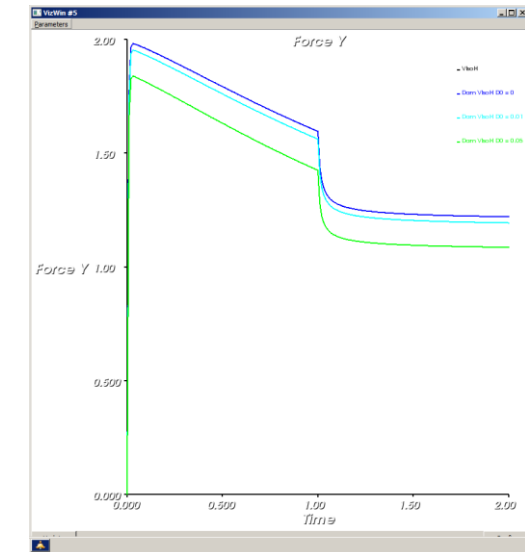
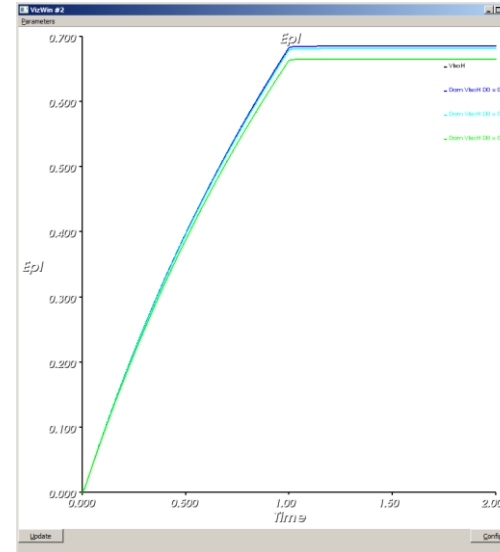
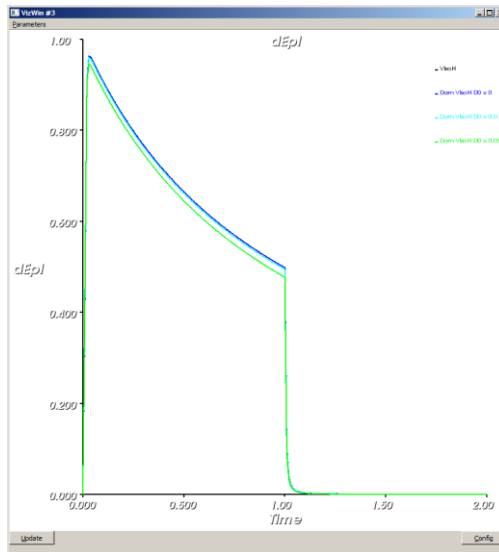
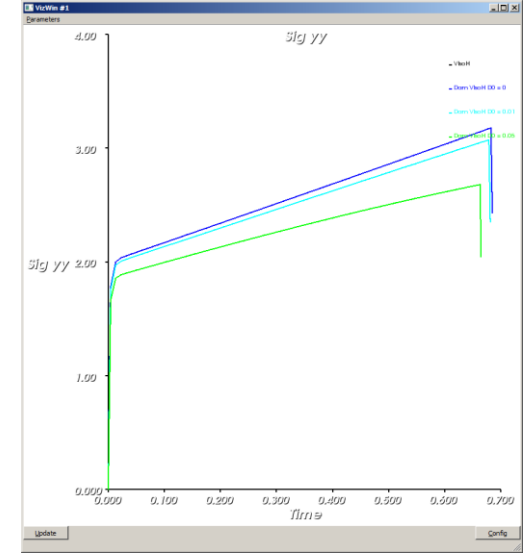
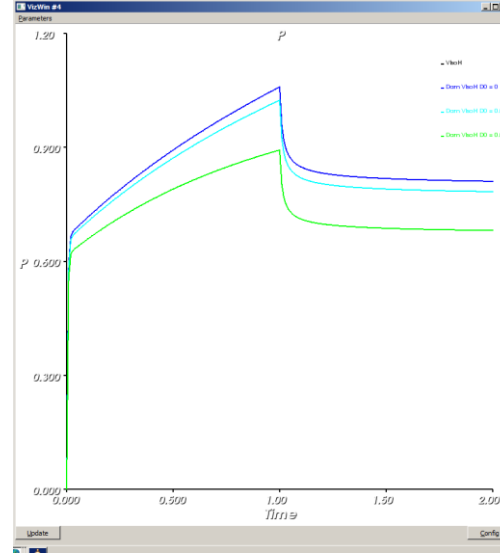
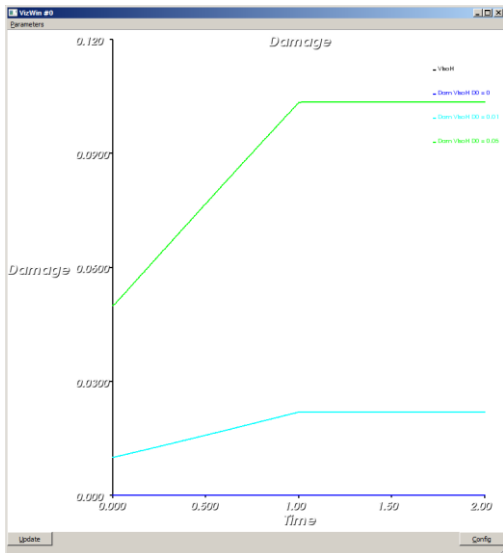
Modèle Gurson

Validation Gurson Elasto-Visco-Plastique : endommagement constant



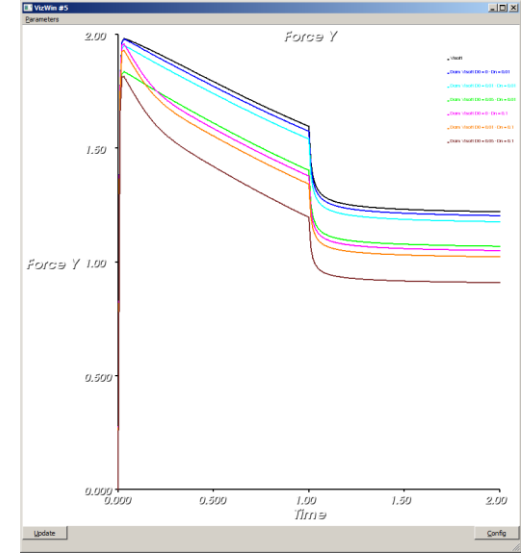
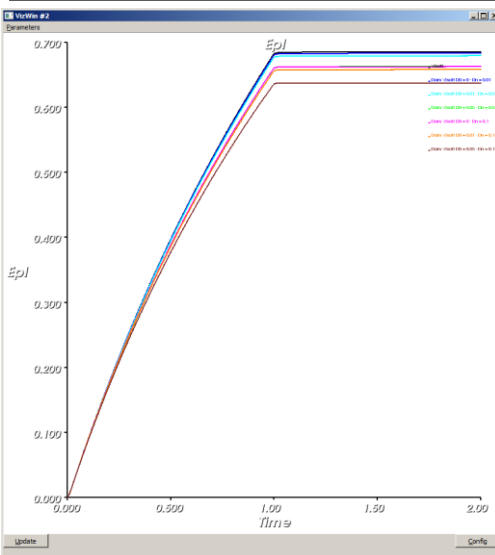
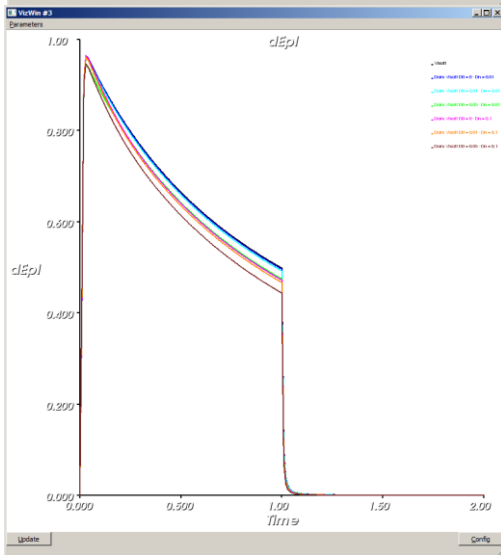
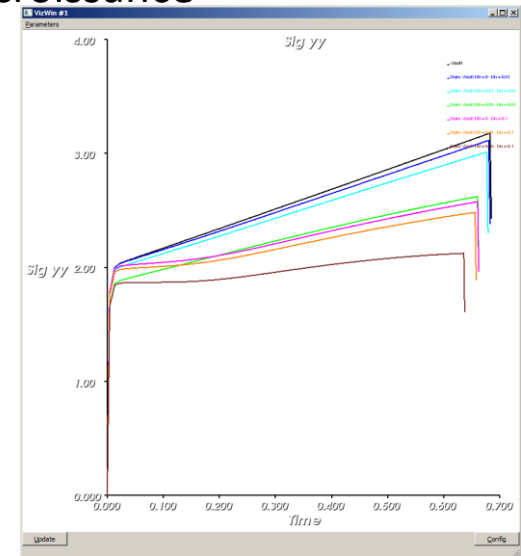
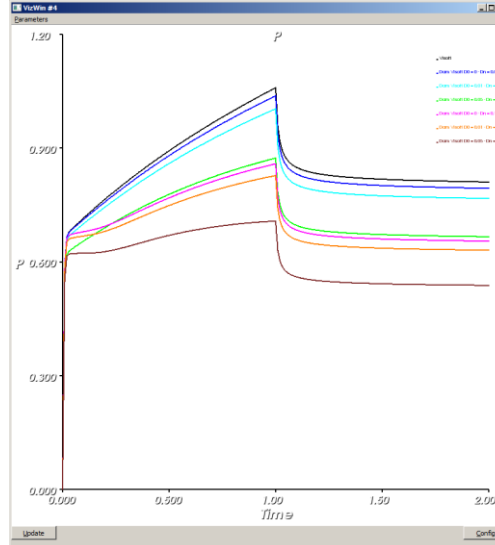
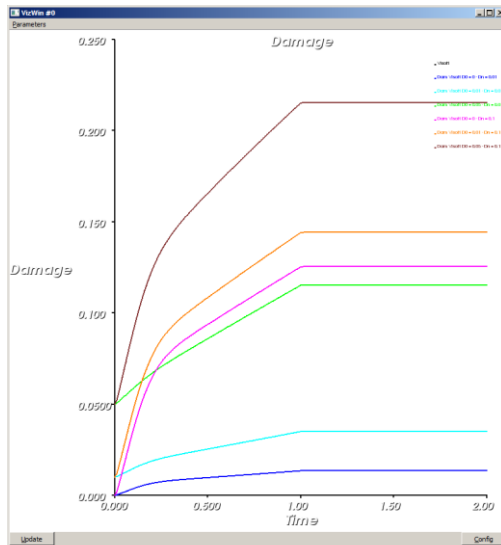
Modèle Gurson

Validation Gurson Elasto-Visco-Plastique : Croissance de l'endommagement



Modèle Gurson

Validation Gurson Elasto-Visco-Plastique : Nucléation “lente” + croissance



Modèle Gurson

Calcul du facteur m pour la loi Kocks Mecking :

- Rappel :

- taux d'écrouissage :

$$m(\bar{\varepsilon}_{vp}) = \frac{\partial \sigma_Y}{\partial \dot{\bar{\varepsilon}}_{vp}} \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}_{vp}}{\sigma_Y}$$

- Loi Kocks-Mecking : $\sigma_Y(T, \bar{\varepsilon}_{vp}, \dot{\bar{\varepsilon}}_{vp}) = \sigma_0 + \sigma_V \left(1 - \exp \left(-\frac{\theta_0}{\sigma_V} \bar{\varepsilon}_{vp} \right) \right)$

- avec $\sigma_0 = A + B T + (C + D T) \ln(\dot{\bar{\varepsilon}}_{vp})$

- et $\frac{\sigma_V}{\mu} = E \frac{kT}{\mu b^3} \ln \left(\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}_{vp}^0}{\dot{\bar{\varepsilon}}_{vp}} \right) + F$

- On obtient :

$$m(\bar{\varepsilon}_{vp}) = \frac{C + D T}{\sigma_Y} - E \frac{kT}{b^3} \left[\frac{1}{\sigma_Y} - \frac{\sigma_0 + \sigma_V - \sigma_Y}{\sigma_V \sigma_Y} \left(1 + \frac{\theta_0}{\sigma_v} \bar{\varepsilon}_{vp} \right) \right]$$

- Par raison de stabilité, on utilise le m à saturation : $\sigma_Y \rightarrow \sigma_V + \sigma_0$

$$m_{sat} = \frac{1}{\sigma_V + \sigma_0} \left[C + D T - E \frac{kT}{b^3} \right]$$

Modèle Gurson

Modèle Gurson Visco-KocksMecking :

- Loi Visco-plastique :

- Elasticité :

- Young = 120000.0
 - Poisson = 0.31

- Limite élastique : $\sigma_0 = A + B T + (C + D T) \ln(\dot{\varepsilon}_{vp})$

- A = 1405.0
 - B = -1.26
 - C = 15.83
 - D = 1.5e-3

- Ecrouissage :

- $\Theta_0 = 3071.83$

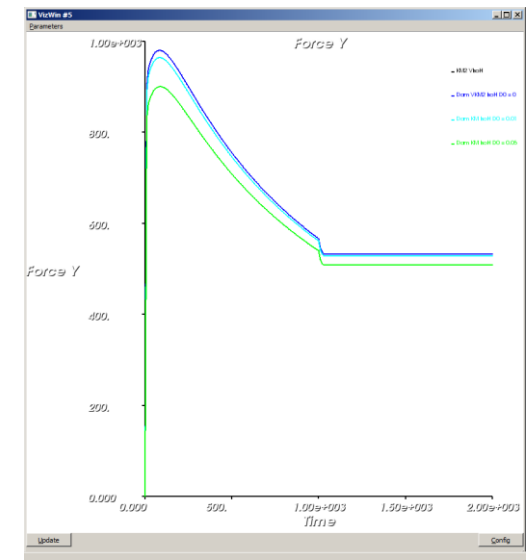
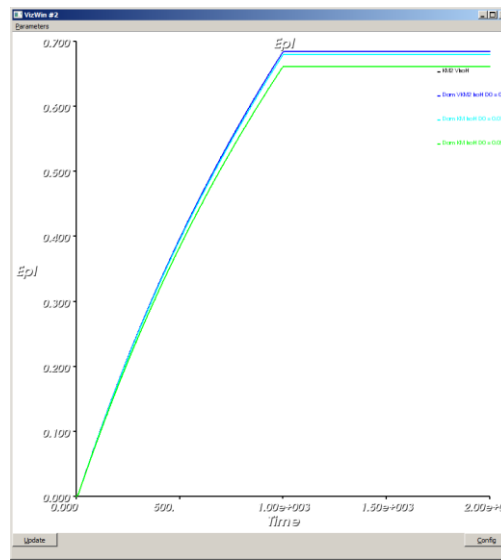
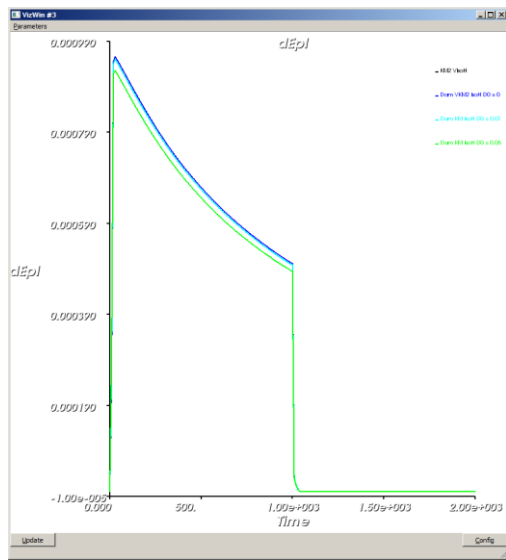
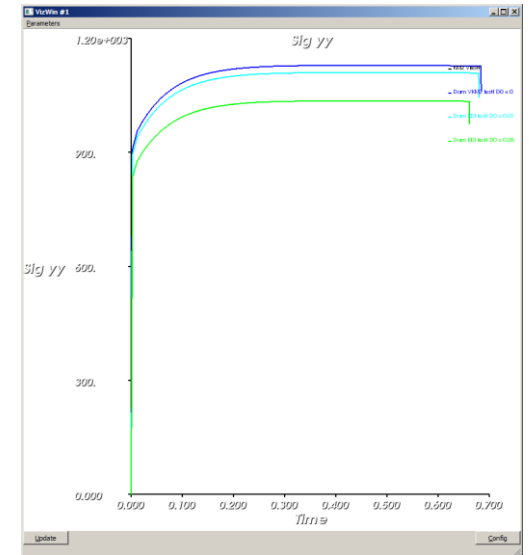
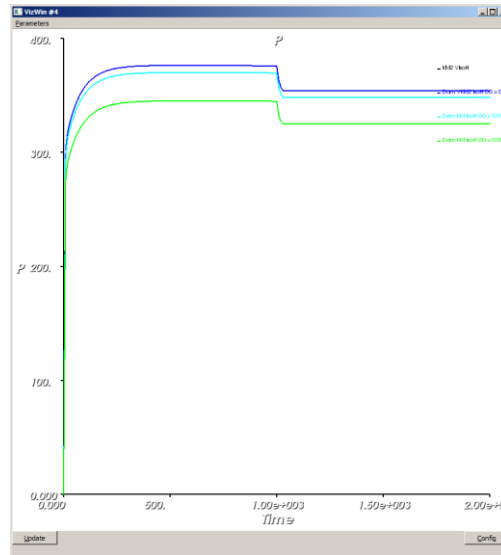
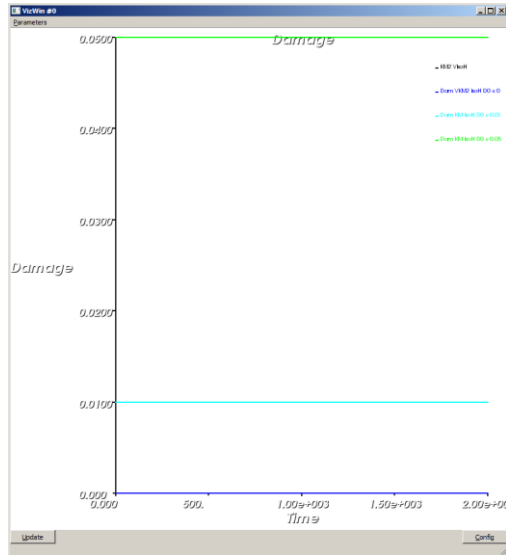
- $$\frac{\sigma_V}{\mu} = \begin{cases} (3.06 \cdot 10^{-2} g - 5.70 \cdot 10^{-4}) & \text{si } g < g_{12} = 0.183 \\ (-1.86 \cdot 10^{-2} g + 8.43 \cdot 10^{-3}) & \text{si } g_{12} < g < g_{23} = 0.295 \\ (9.12 \cdot 10^{-3} g + 2.40 \cdot 10^{-4}) & \text{si } g_{23} < g \end{cases}$$

- Loi d'endommagement :

- $d_N = 0.05$
 - $s_N = 0.01$ (Nucleation rapide)
 - $\varepsilon_N = 0.05$

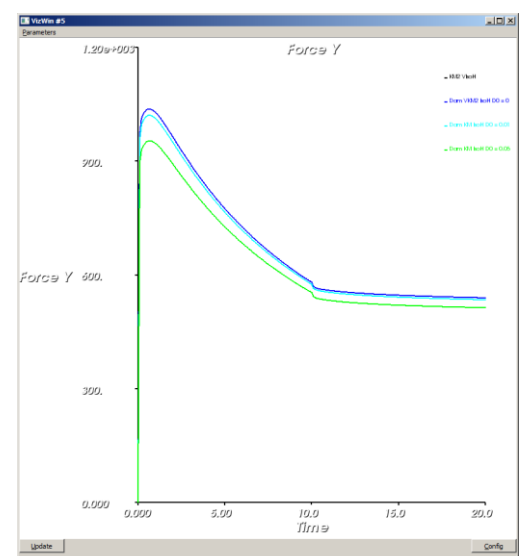
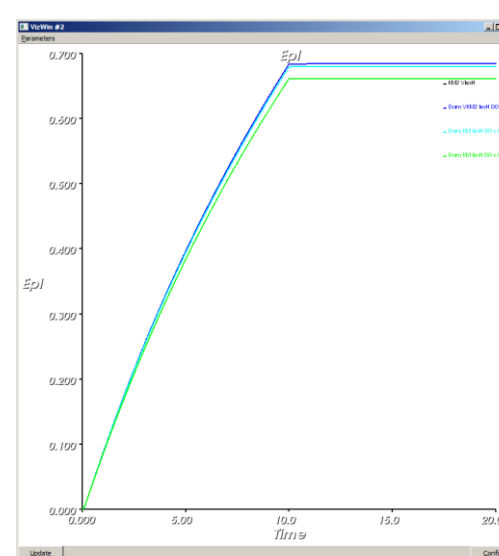
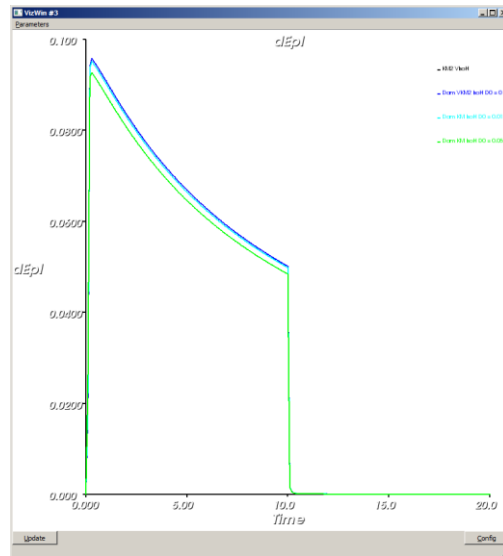
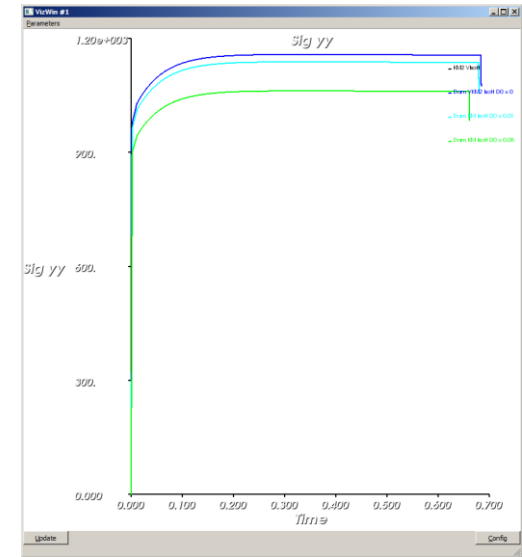
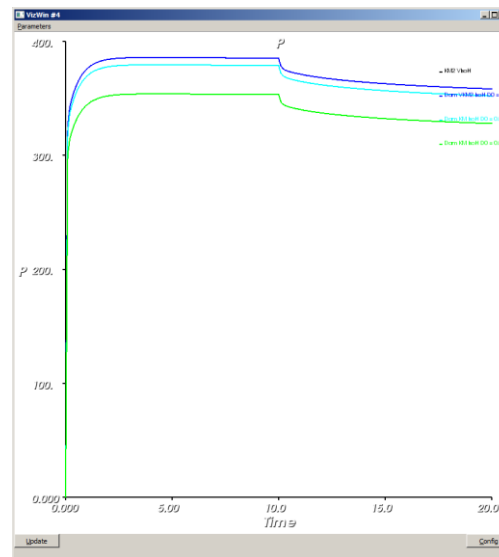
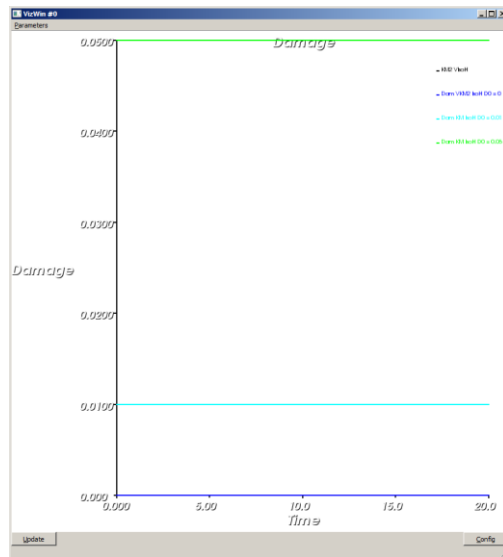
Modèle Gurson

Validation Gurson Visco-KocksMecking : Endommagement constant – $V = 1.0e^{-3}$



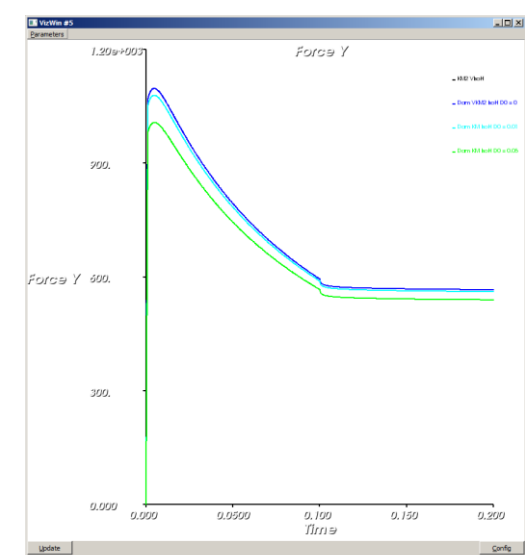
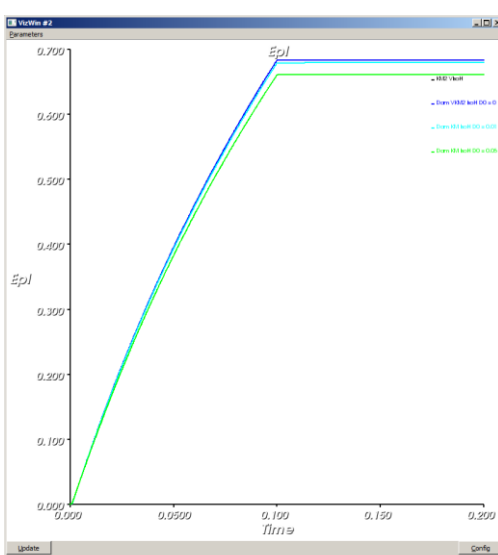
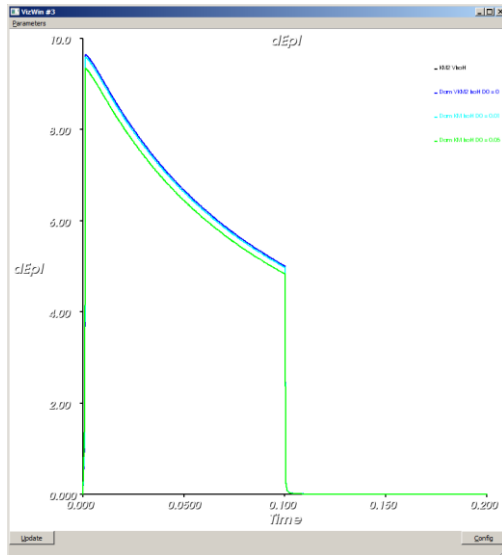
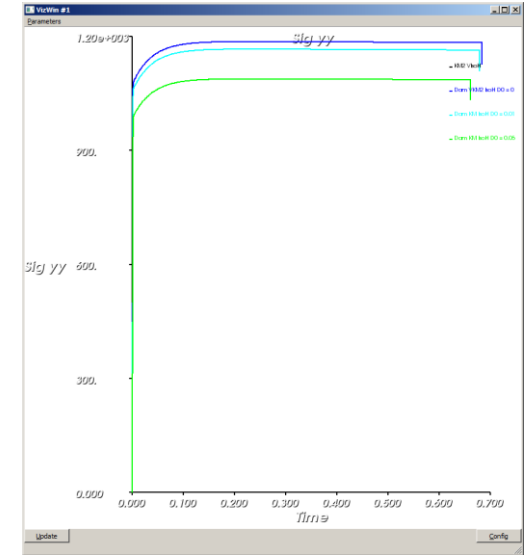
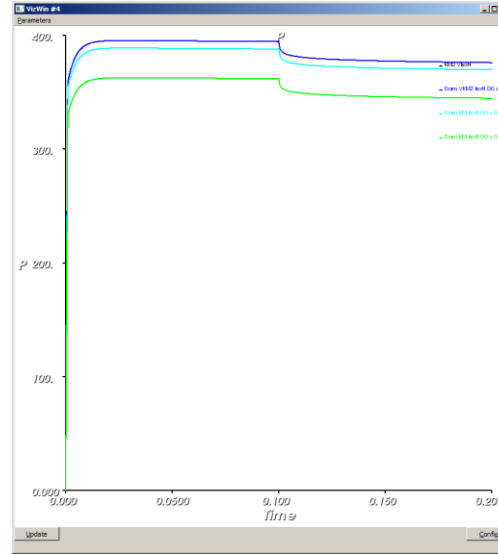
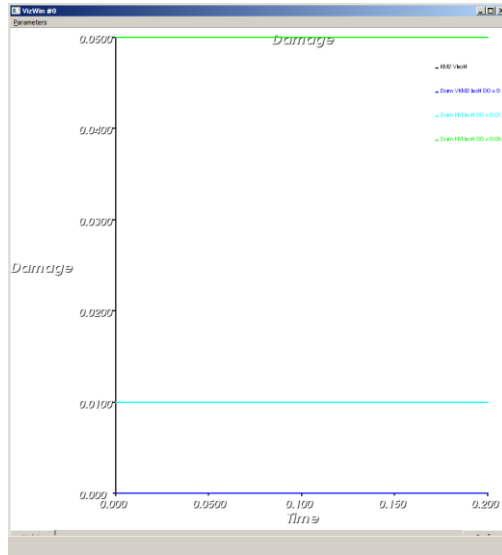
Modèle Gurson

Validation Gurson Visco-KocksMecking : endommagement constant – $V = 1e-1$



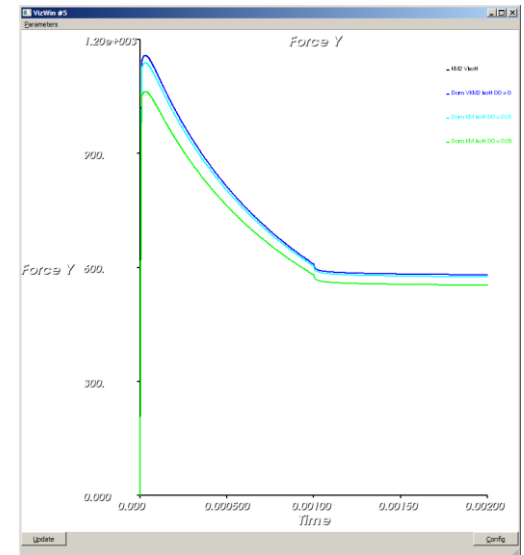
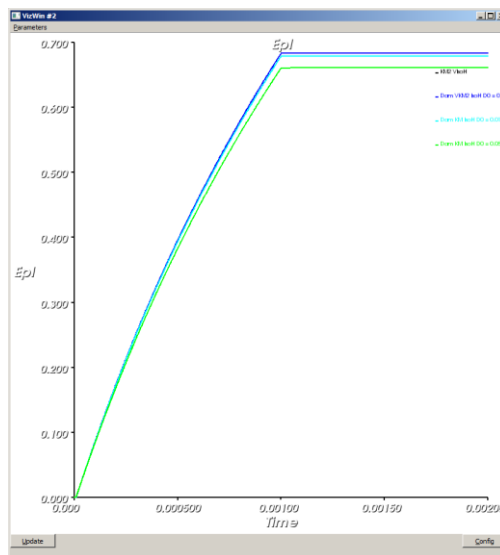
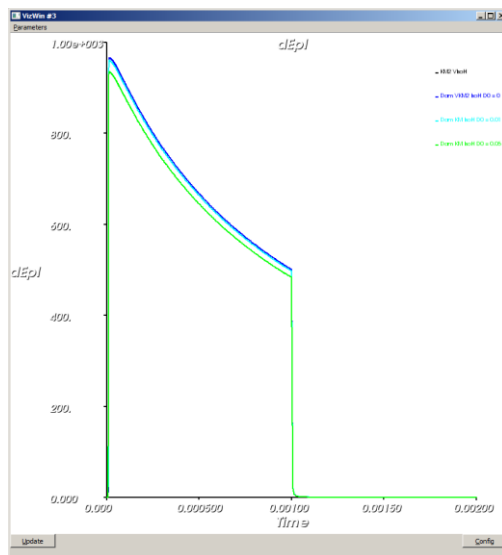
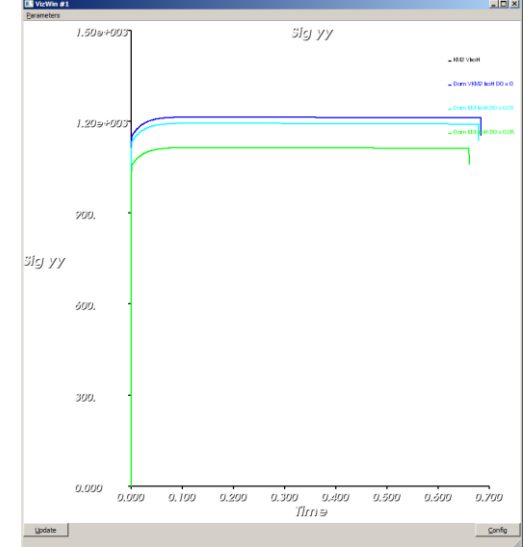
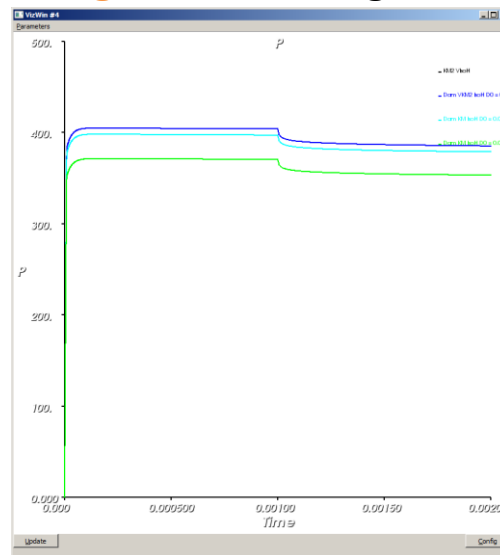
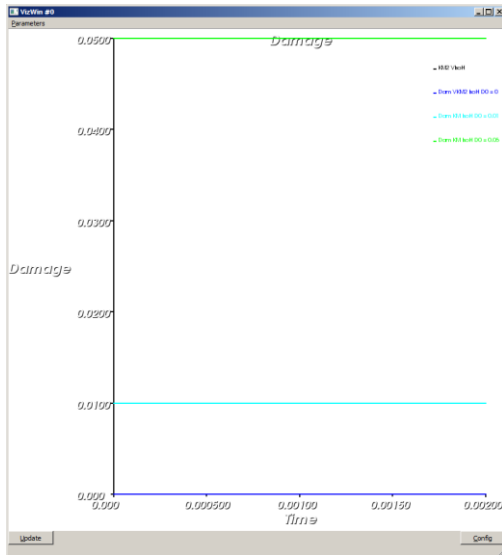
Modèle Gurson

Validation Gurson Visco-KocksMecking : endommagement constant – $V = 10$



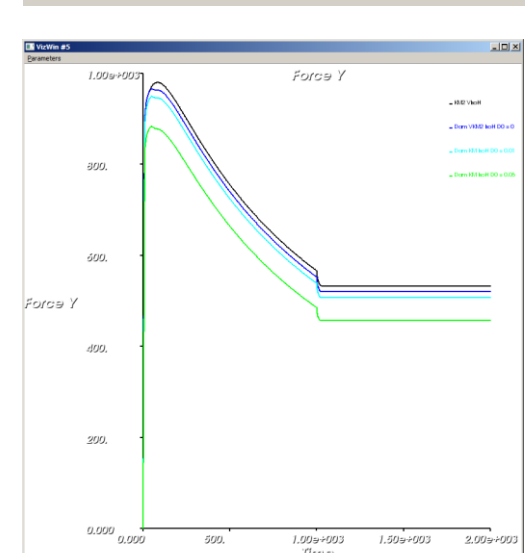
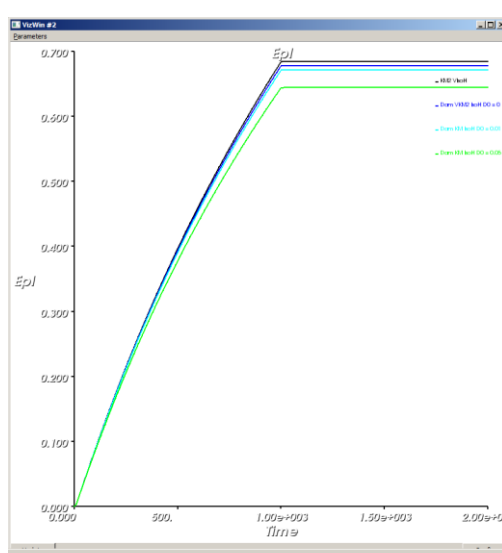
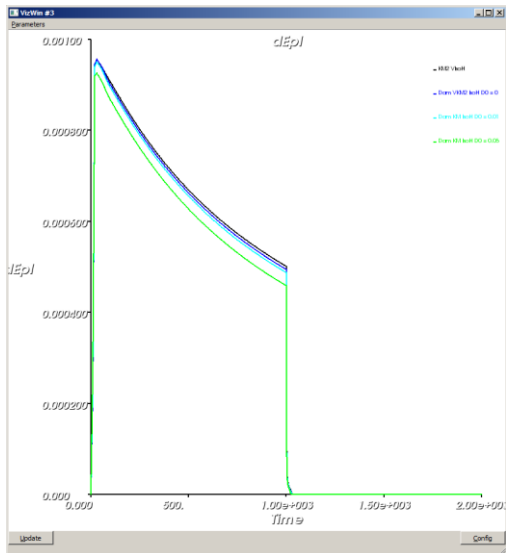
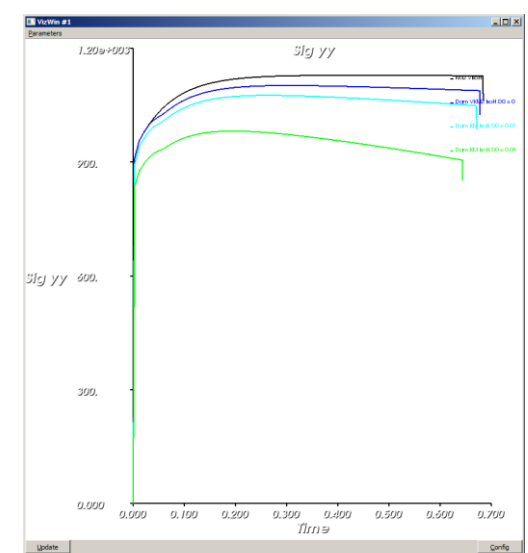
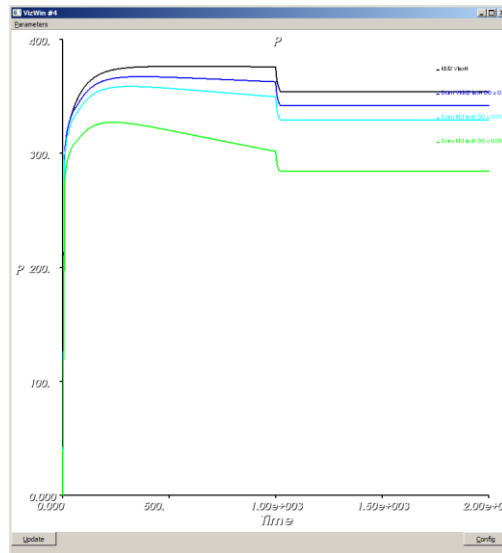
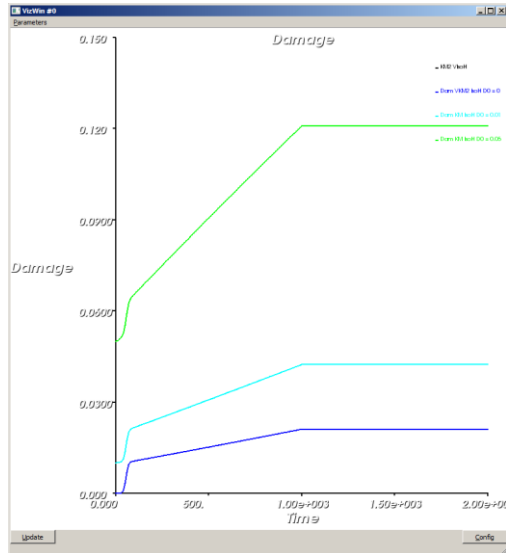
Modèle Gurson

Validation Gurson Visco-KocksMecking : endommagement constant – $V = 1e3$



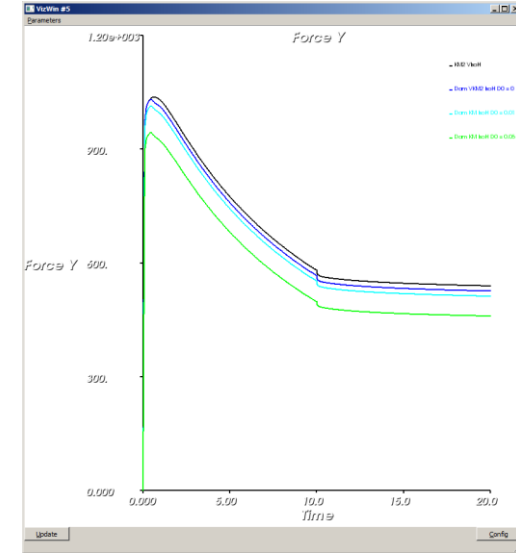
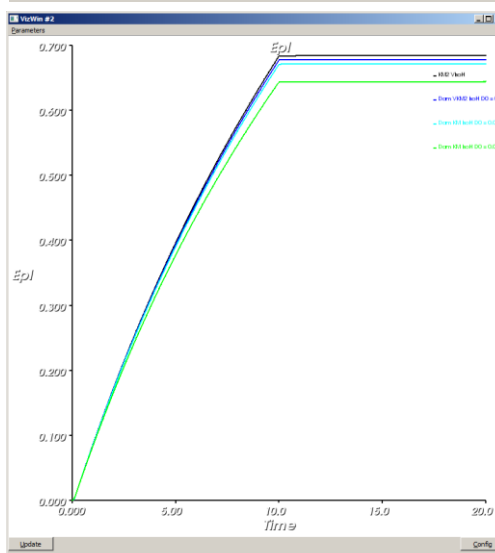
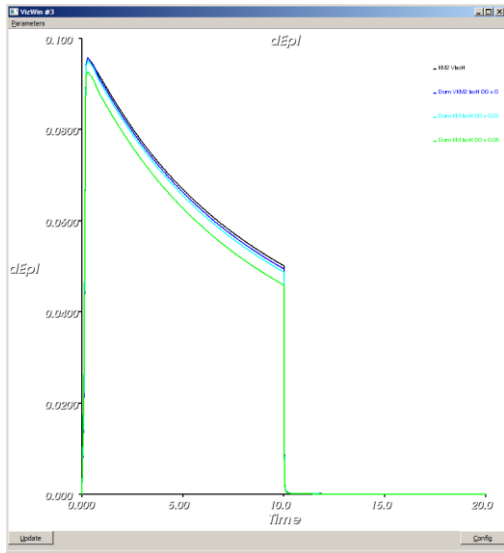
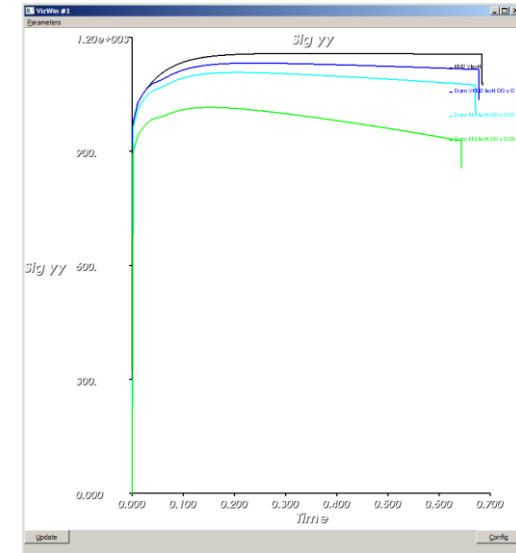
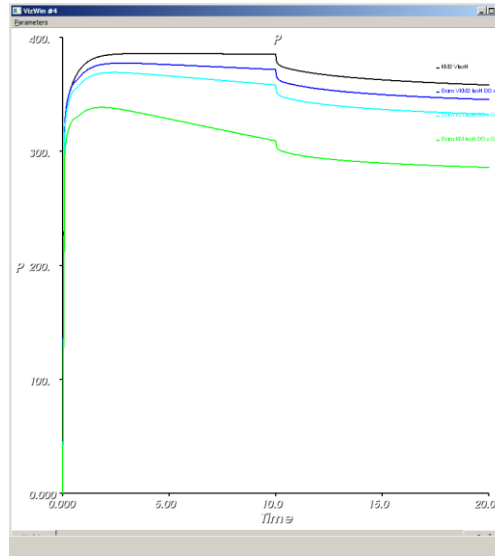
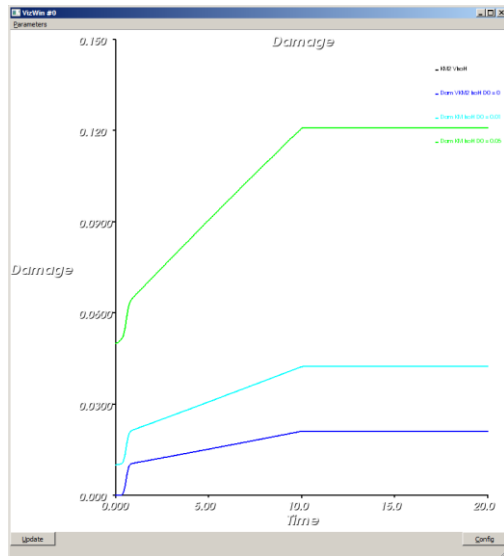
Modèle Gurson

Validation Gurson Visco-KocksMecking : Nucleation “rapide”+ croissance – $V = 1e-3$



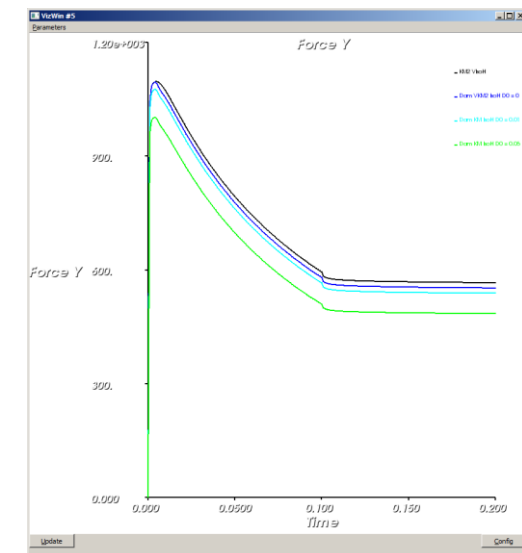
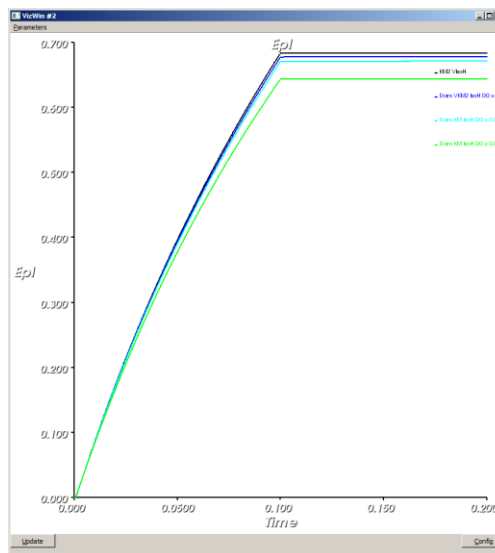
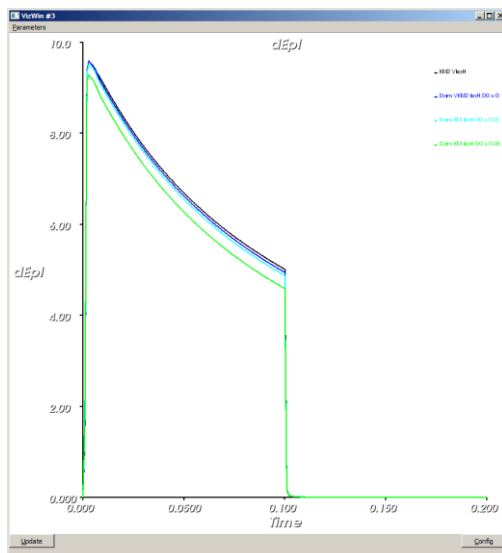
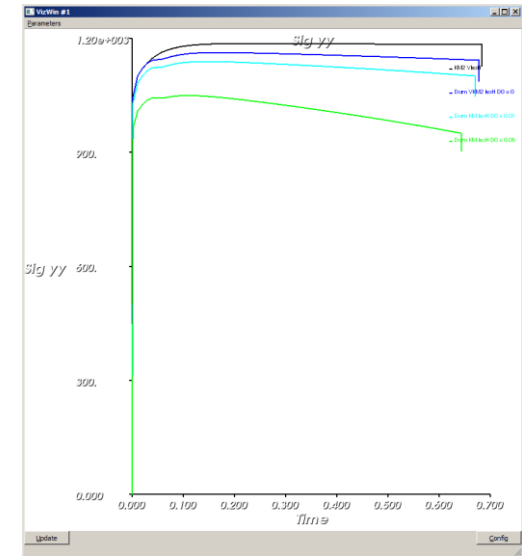
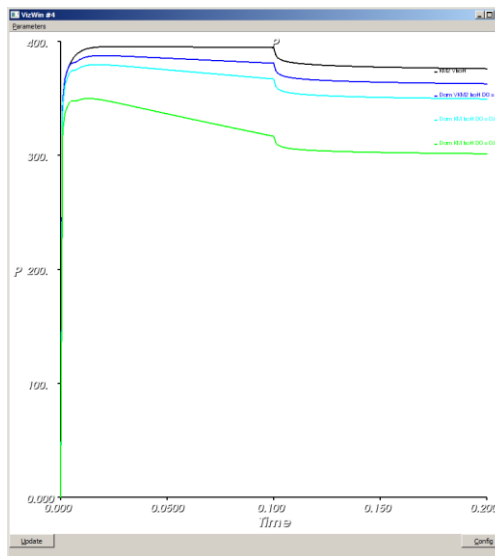
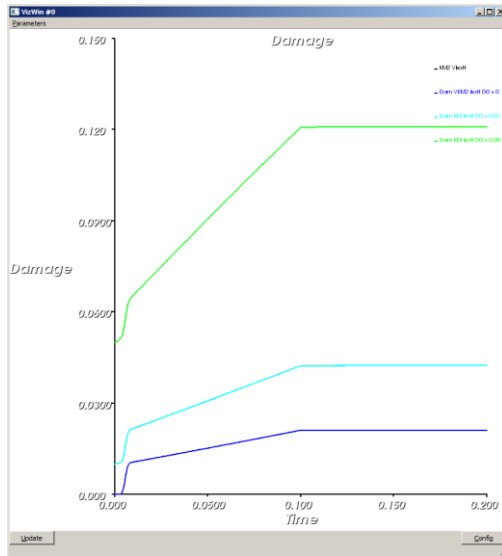
Modèle Gurson

Validation Gurson Visco-KocksMecking : Nucleation “rapide”+ croissance – $V = 1.0e-1$



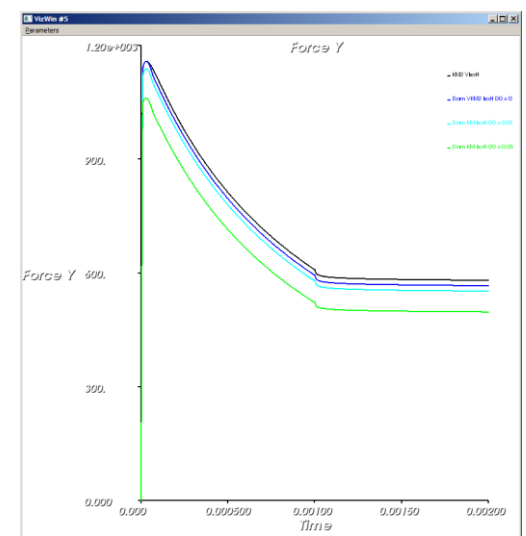
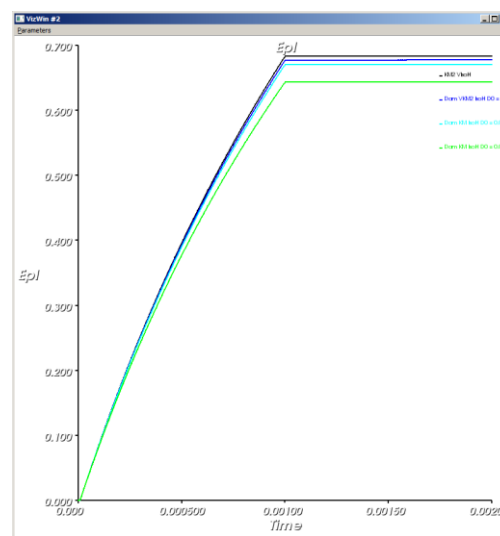
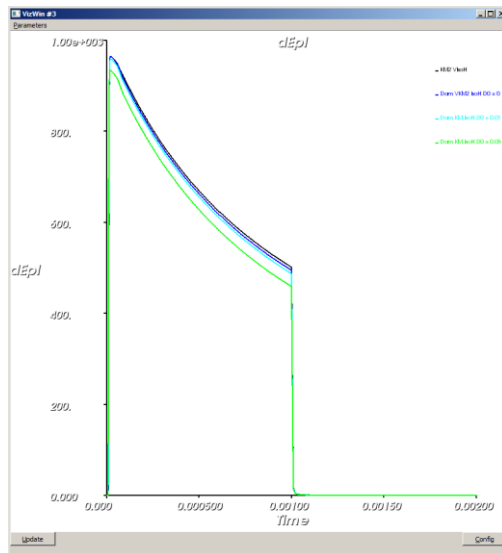
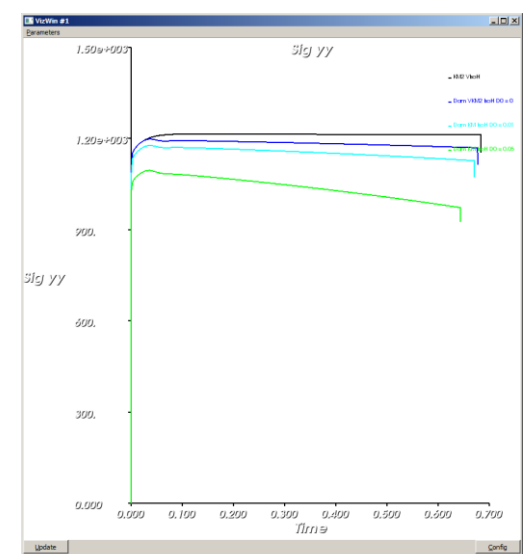
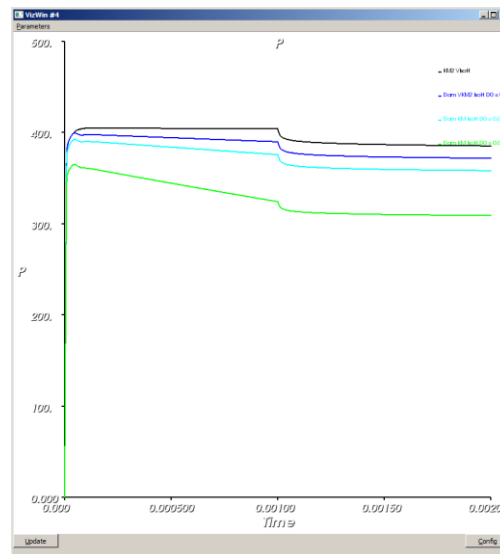
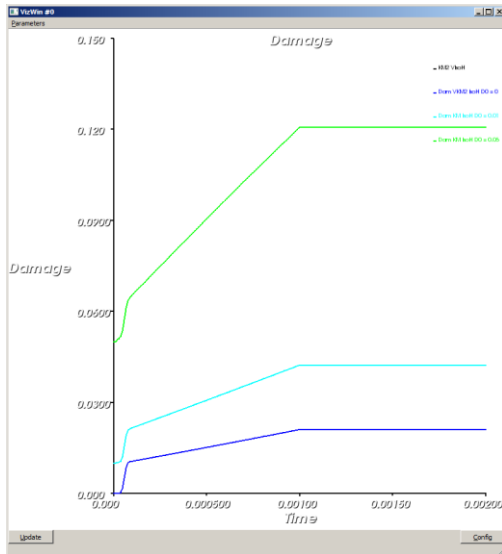
Modèle Gurson

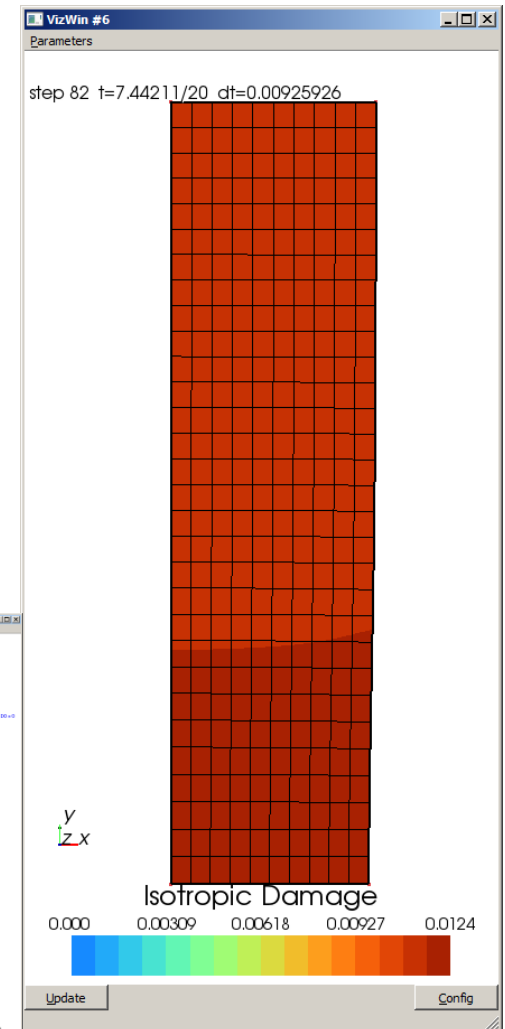
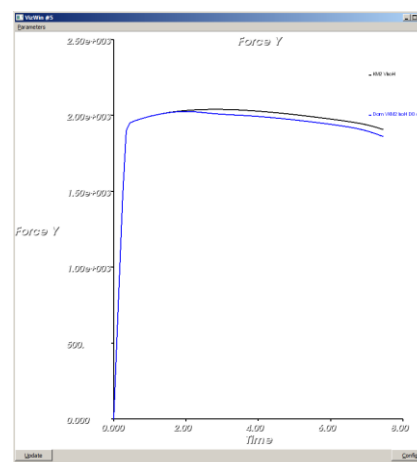
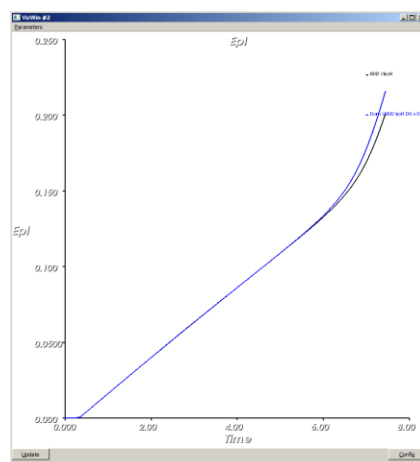
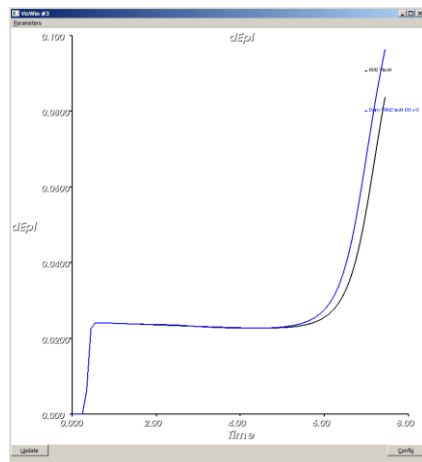
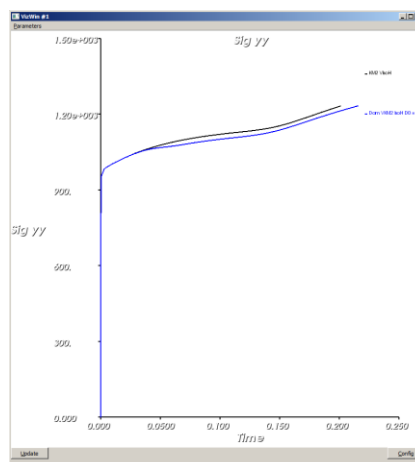
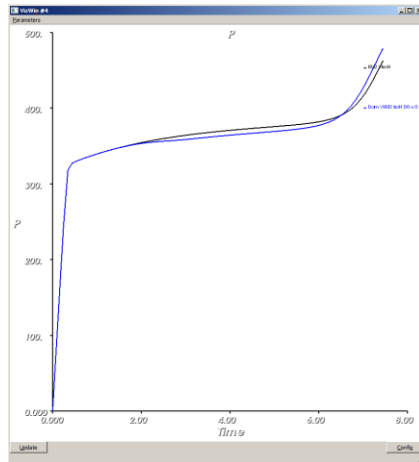
Validation Gurson Visco-KocksMecking : Nucleation “rapide”+ croissance – $V = 10$



Modèle Gurson

Validation Gurson Visco-KocksMecking : Nucleation “rapide”+ croissance – $V = 1.0e3$



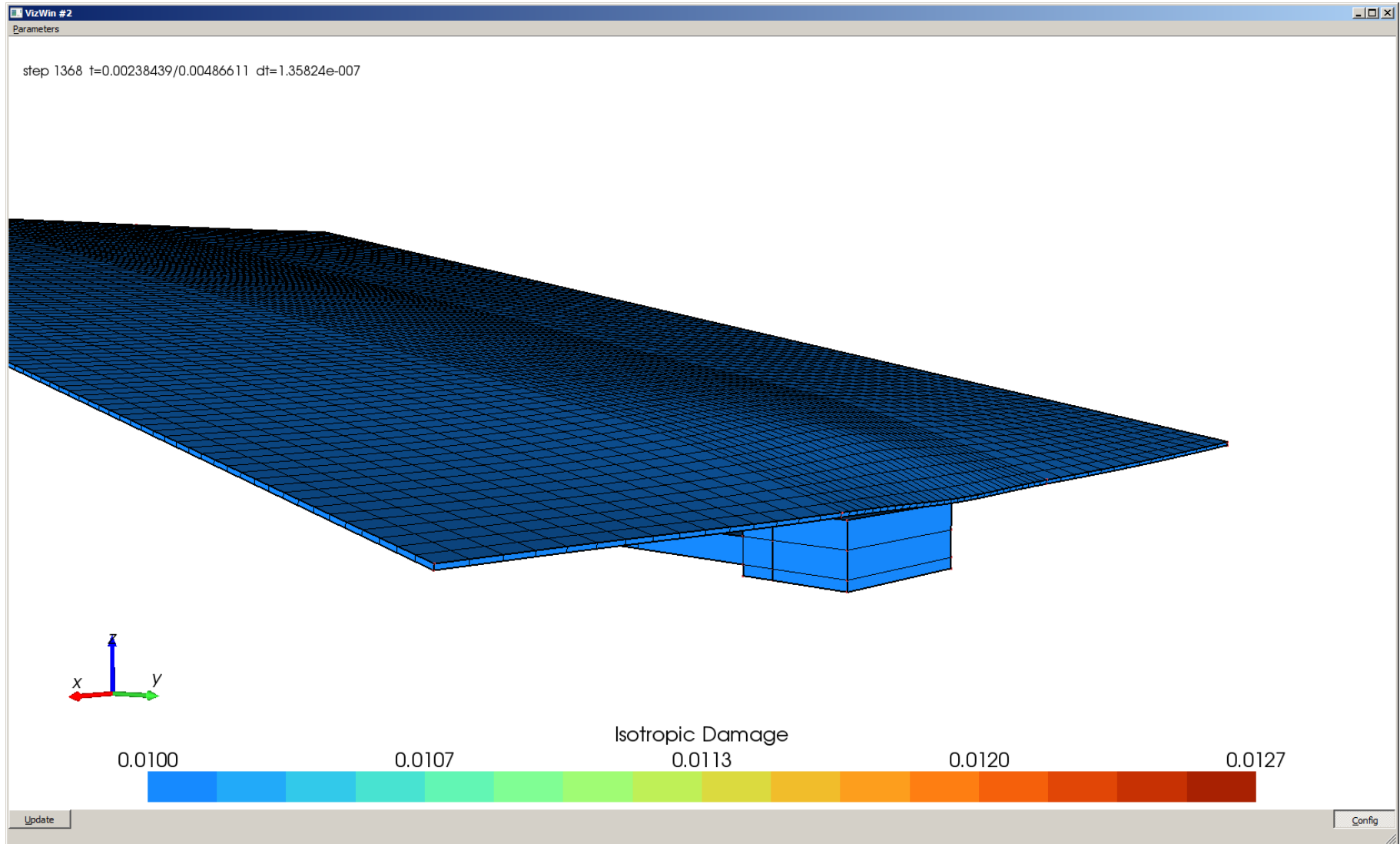


Conclusions

- Loi d'écrouissage visco-plastique de Kocks-Mecking :
 - La dernière variante en date implémentée
 - Monotone en vitesse et température
 - Limites vers les vitesses nulles gérées (même si ça peut entraîner des écrouissages locaux très importants)
 - Permet en 1 seule loi de coller pas mal aux essais à Température et Vitesse variable (voir présentation Julie)
- Loi d'endommagement :
 - Modèle élasto-plastique Gurson-Tvergaard implémentés
 - Modèle élasto-visco-plastique Gurson-Tvergaard implémentés
 - Modèles validés sur monos éléments
 - En état plan de déformation
 - En axisymétrique
 - En 3D
 - À vitesse variables (modèle visco)
 - Eprouvettes UCL :
 - Pas ok sur maillage « raffiné » (problème raideur globale du schéma d'intégration lorsqu'il y a localisation de la déformation & « décharge » au voisinage) => robustification nécessaire de la loi
 - Manque :
 - Loi de nucléation de Liza (pas figée au moment de l'implémentation)
 - Coalescence de Thomasson (Critère ok – décharge c'est pas clair)
 - Matrice de raideur tangente analytique

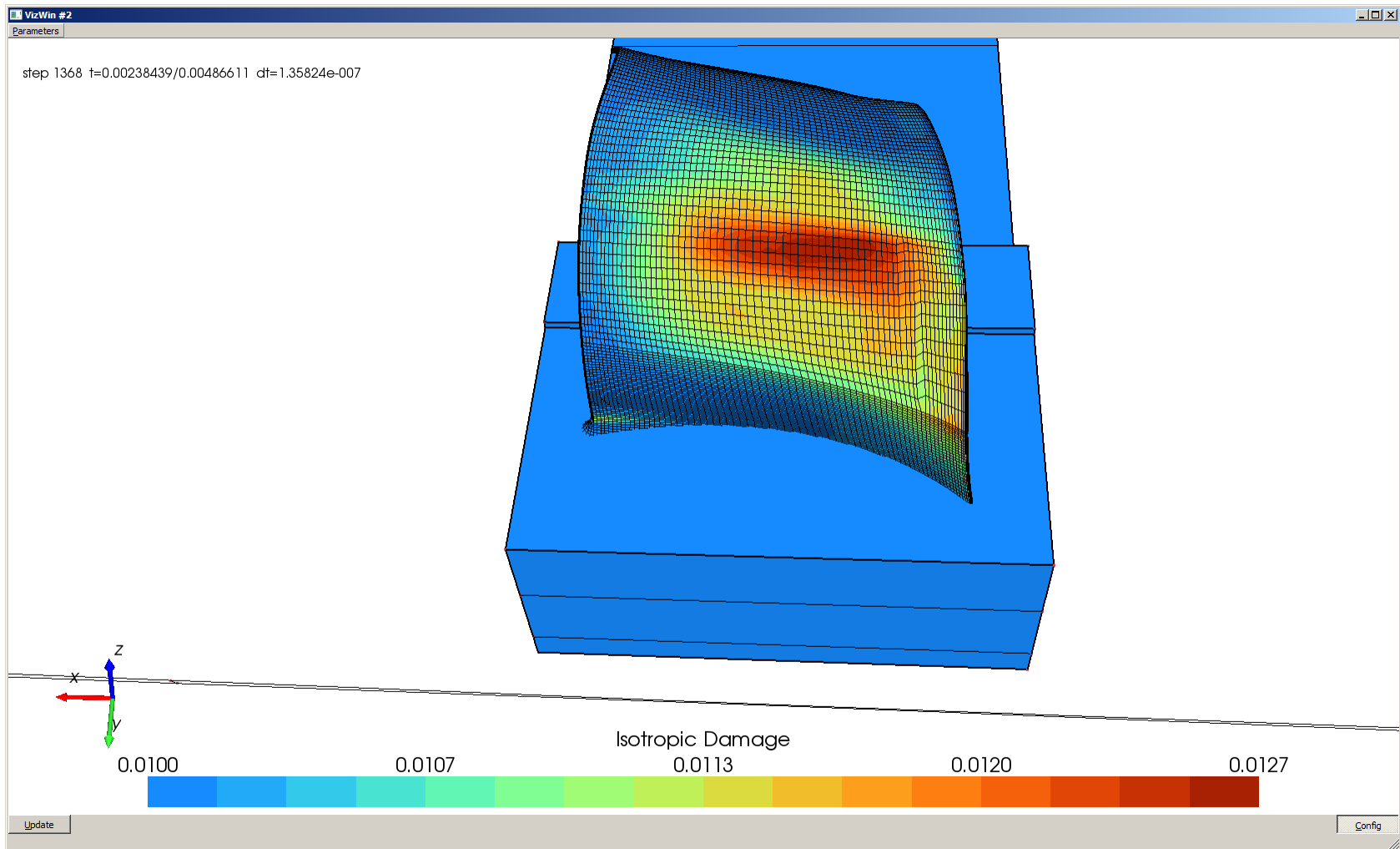
Modèle Gurson

Bonus : Gurson-Visco-Kocks-Mecking – $d_0 = 0.01$ - $d_N = 0$



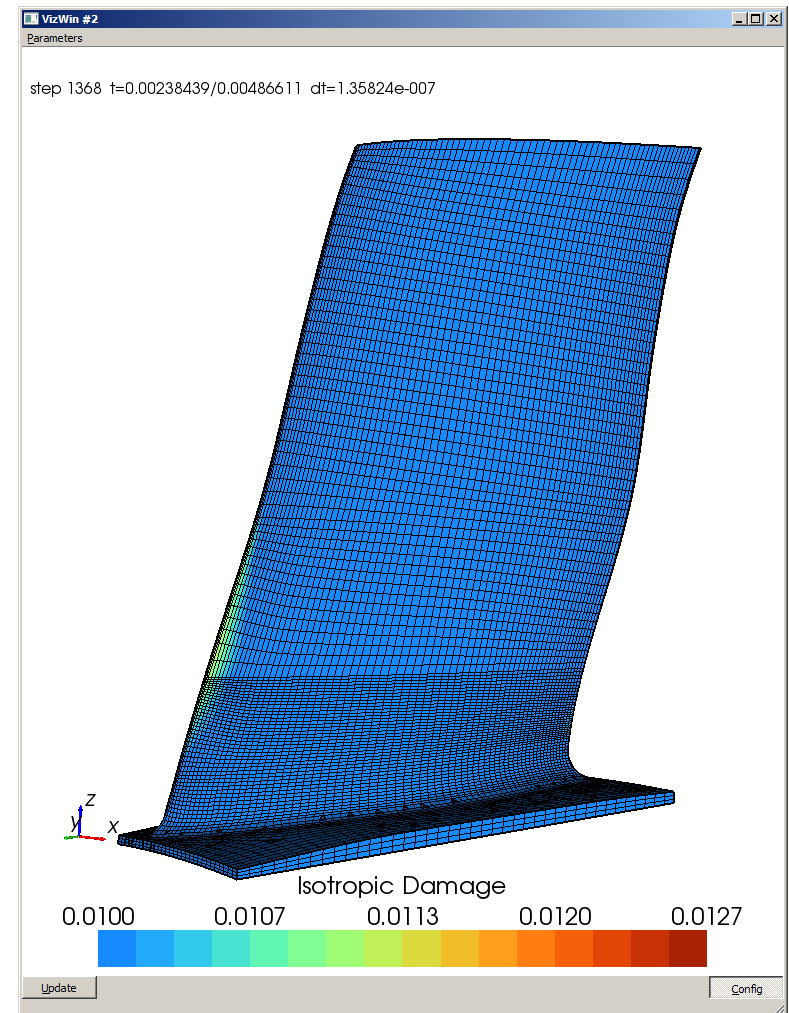
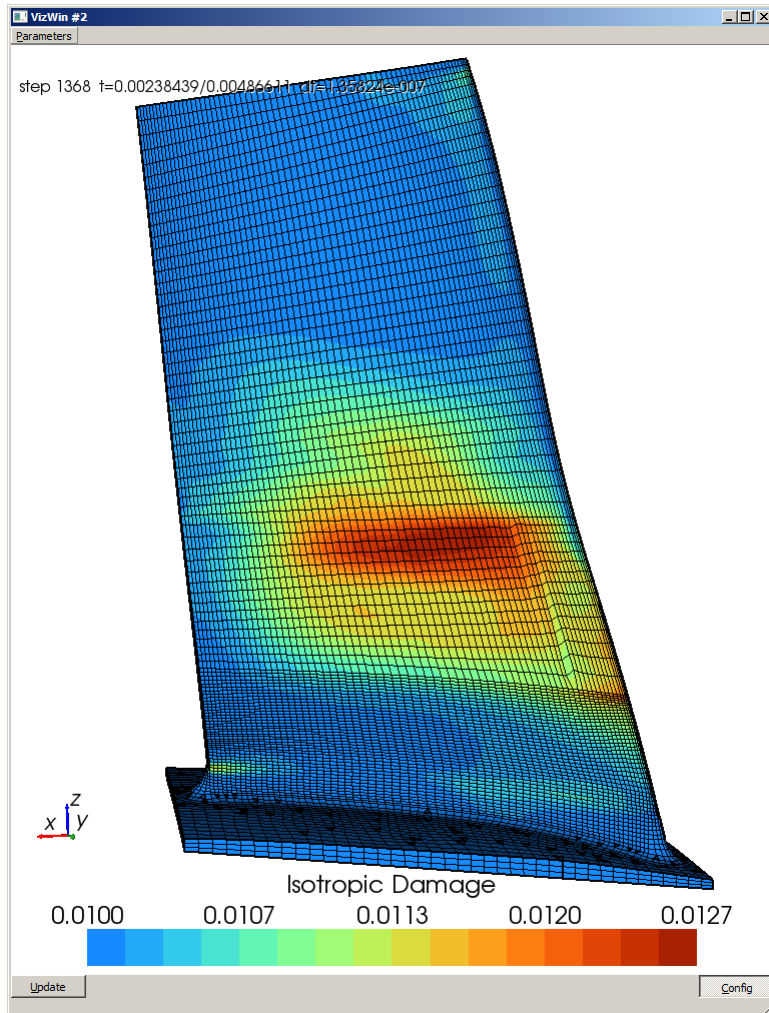
Modèle Gurson

Bonus : Gurson-Visco-Kocks-Mecking – $d_0 = 0.01$ - $d_N = 0$



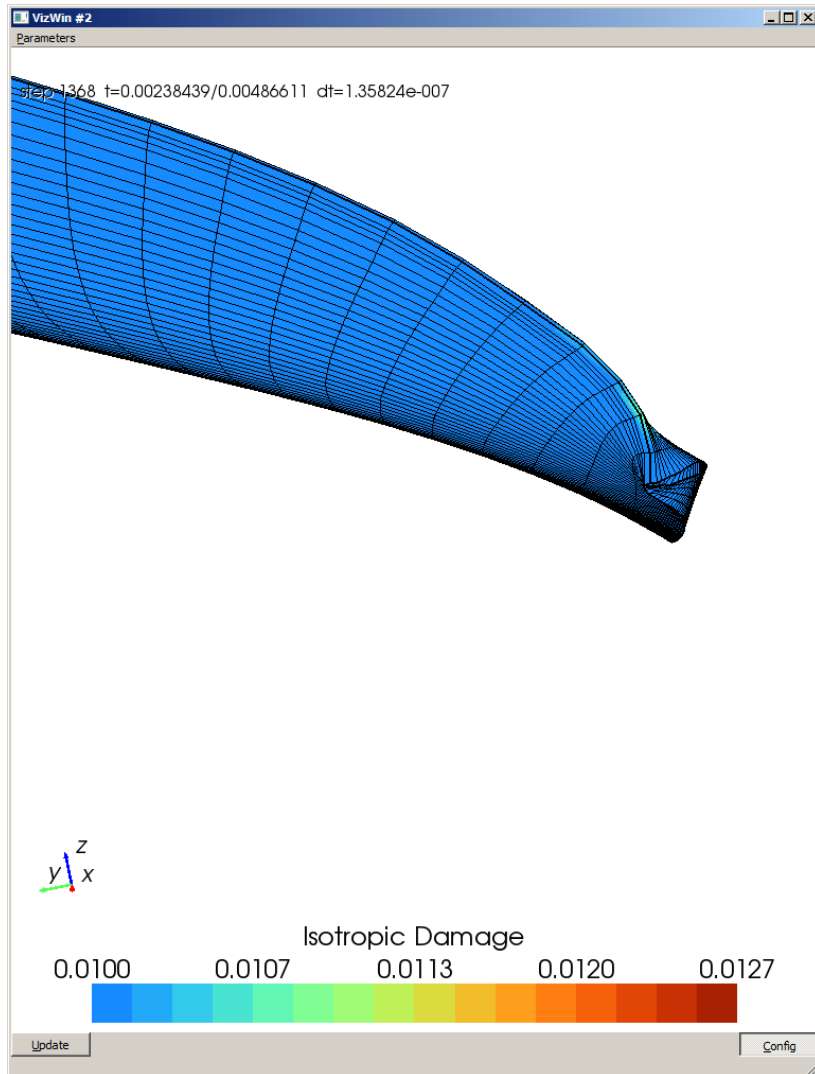
Modèle Gurson

Bonus : Gurson-Visco-Kocks-Mecking – $d_0 = 0.01$ - $d_N = 0$



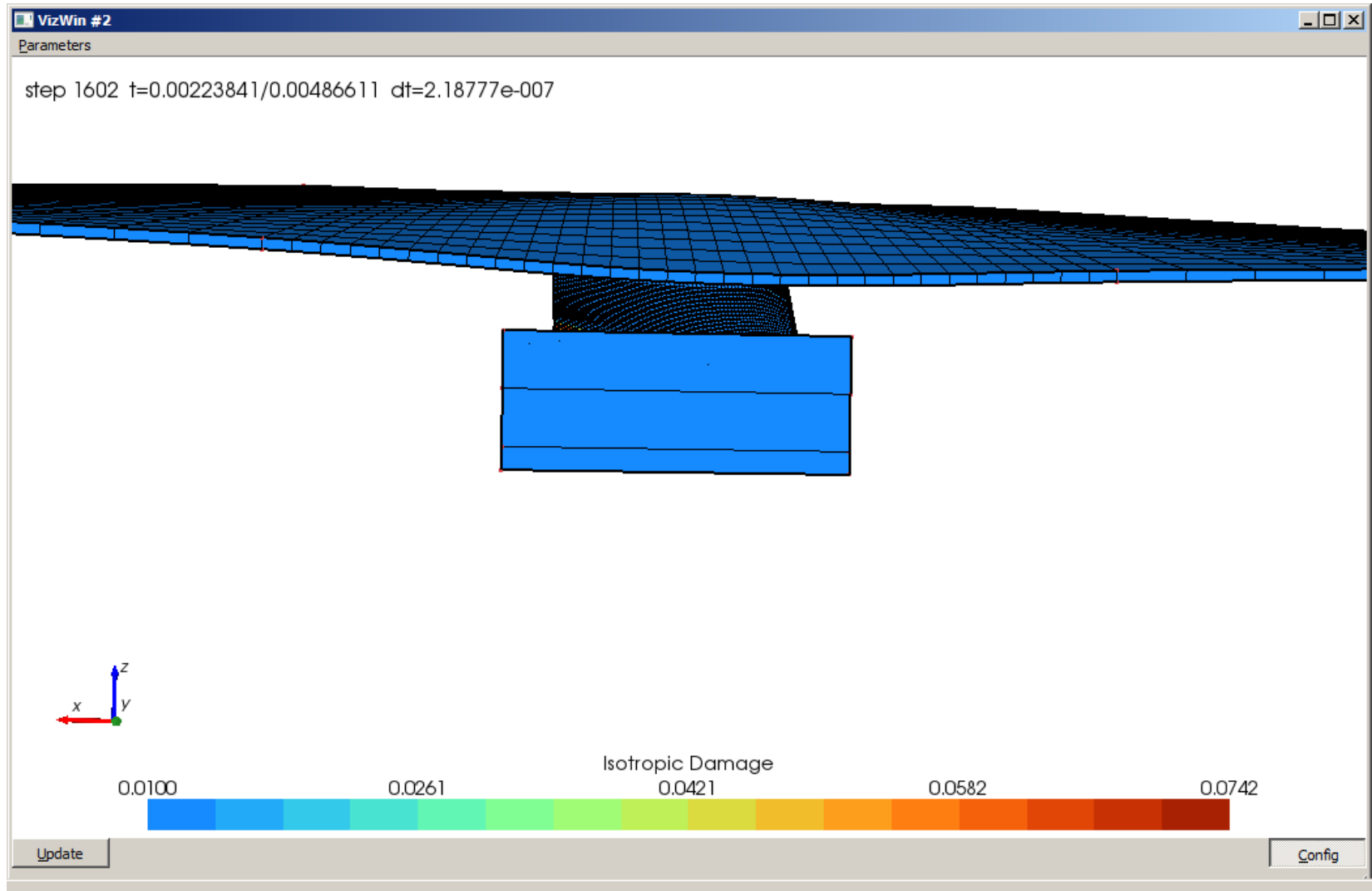
Modèle Gurson

Bonus : Gurson-Visco-Kocks-Mecking – $d_0 = 0.01$ - $d_N = 0$



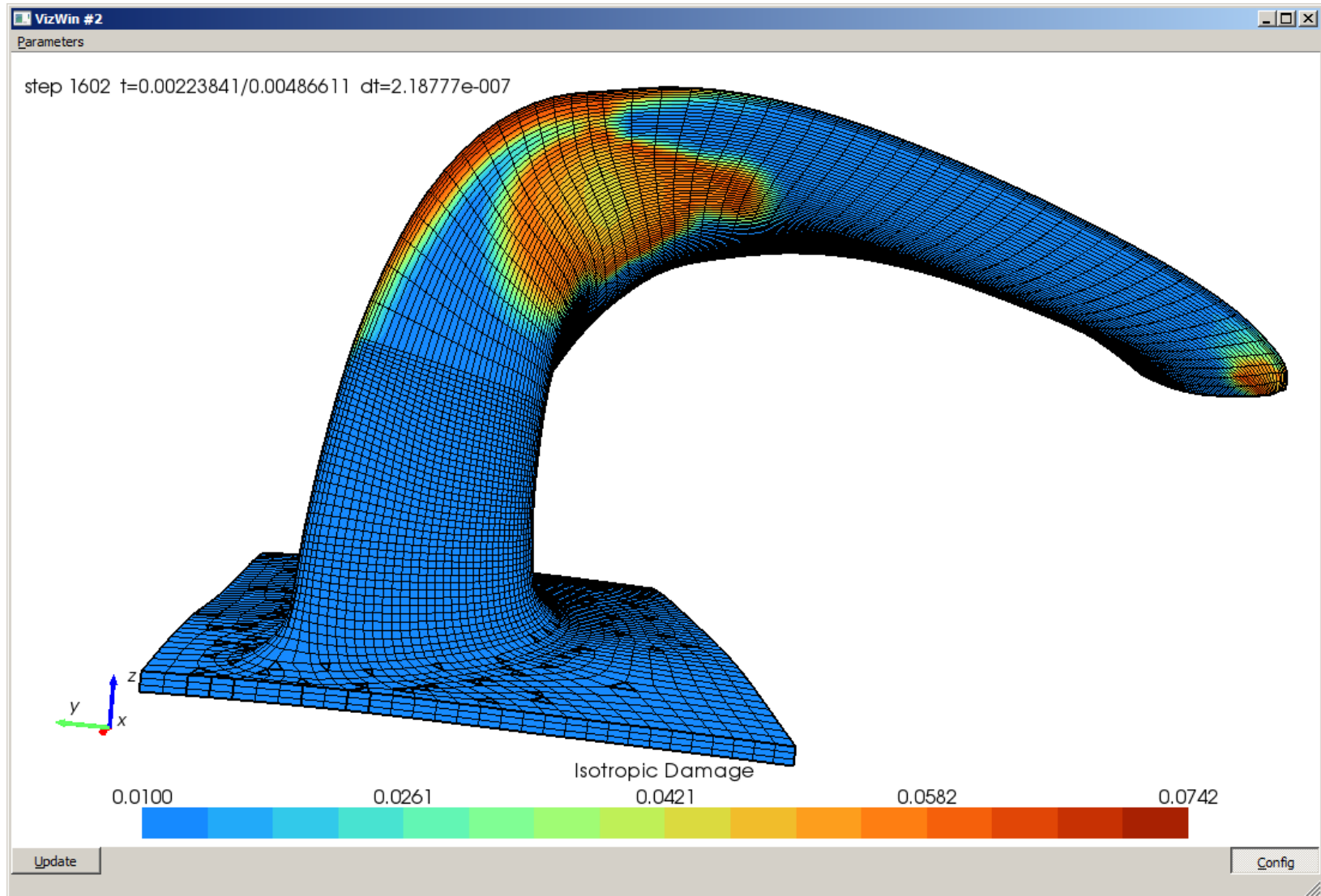
Modèle Gurson

Bonus 2 : Gurson Visco-Kocks-Mecking $d_0 = 0.01$ - $d_N = 0.05$ - $S_N = 0.01$



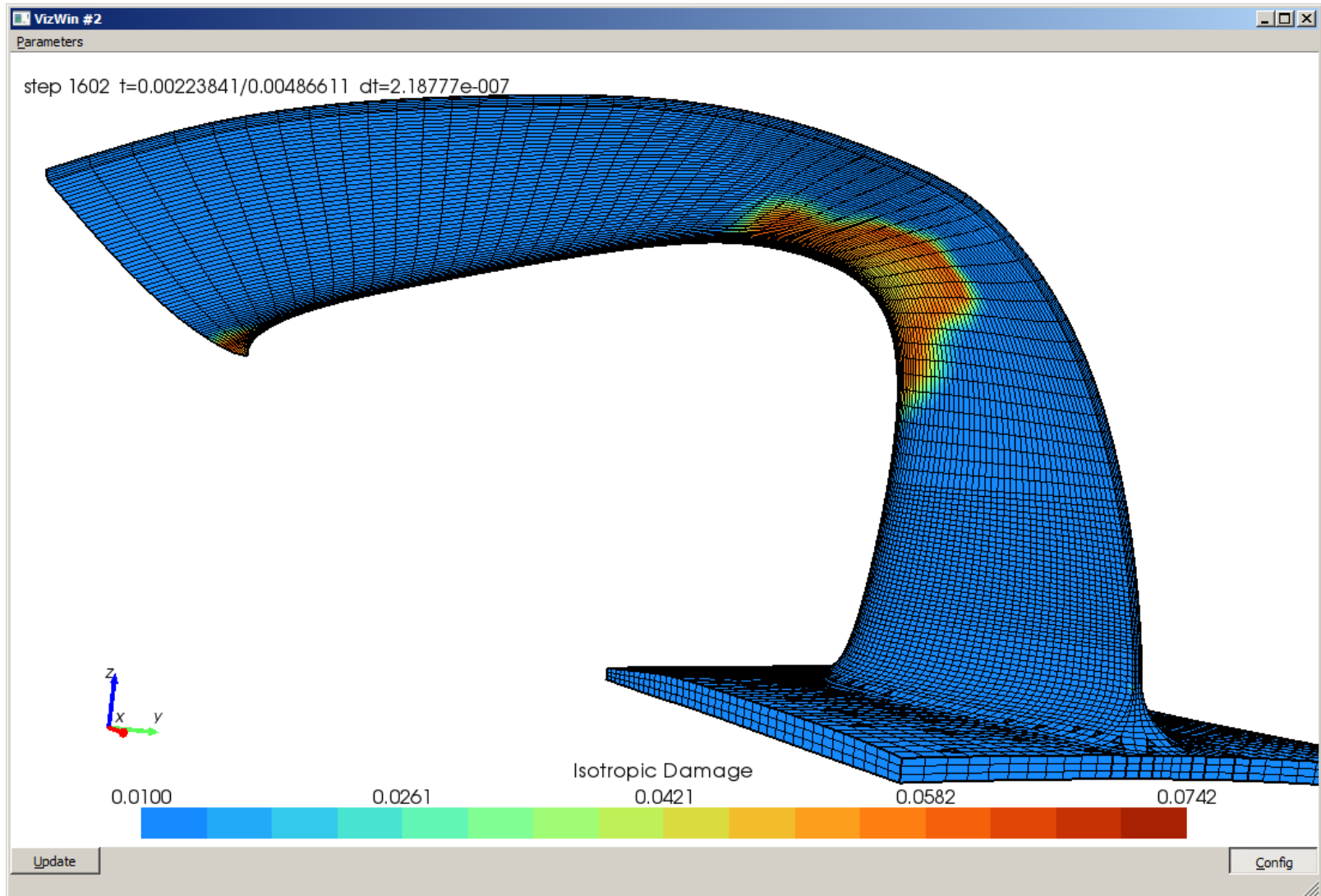
Modèle Gurson

Bonus 2 : Gurson Visco-Kocks-Mecking $d_0 = 0.01$ - $d_N = 0.05$ - $S_N = 0.01$



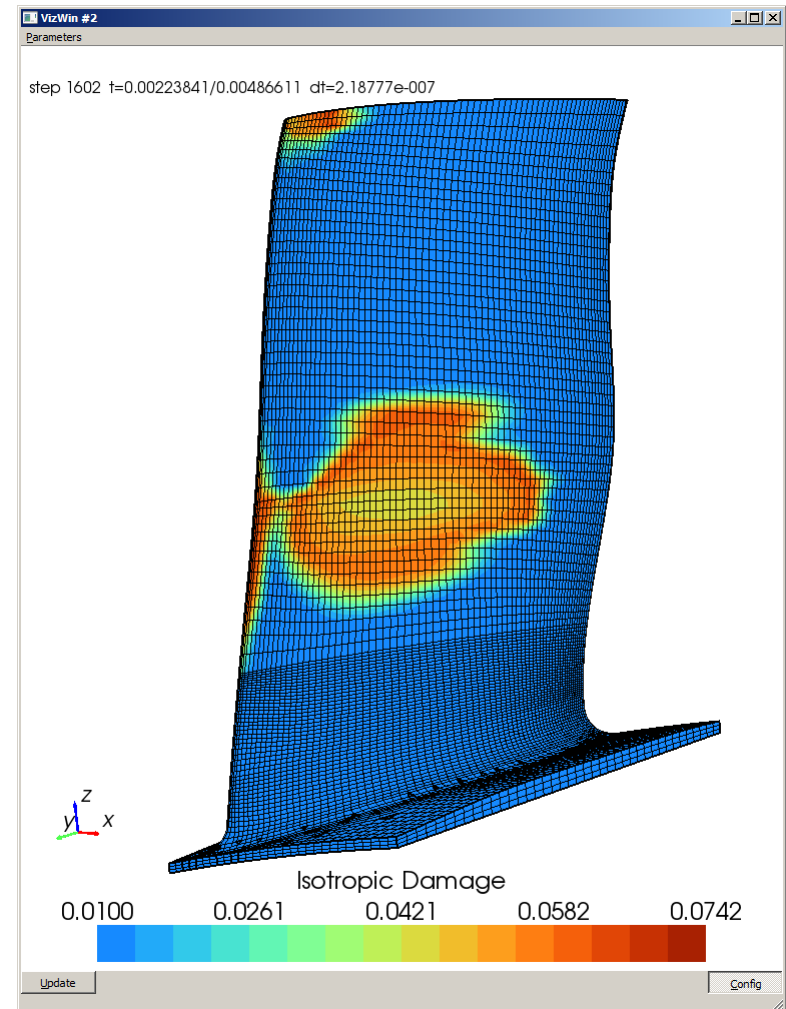
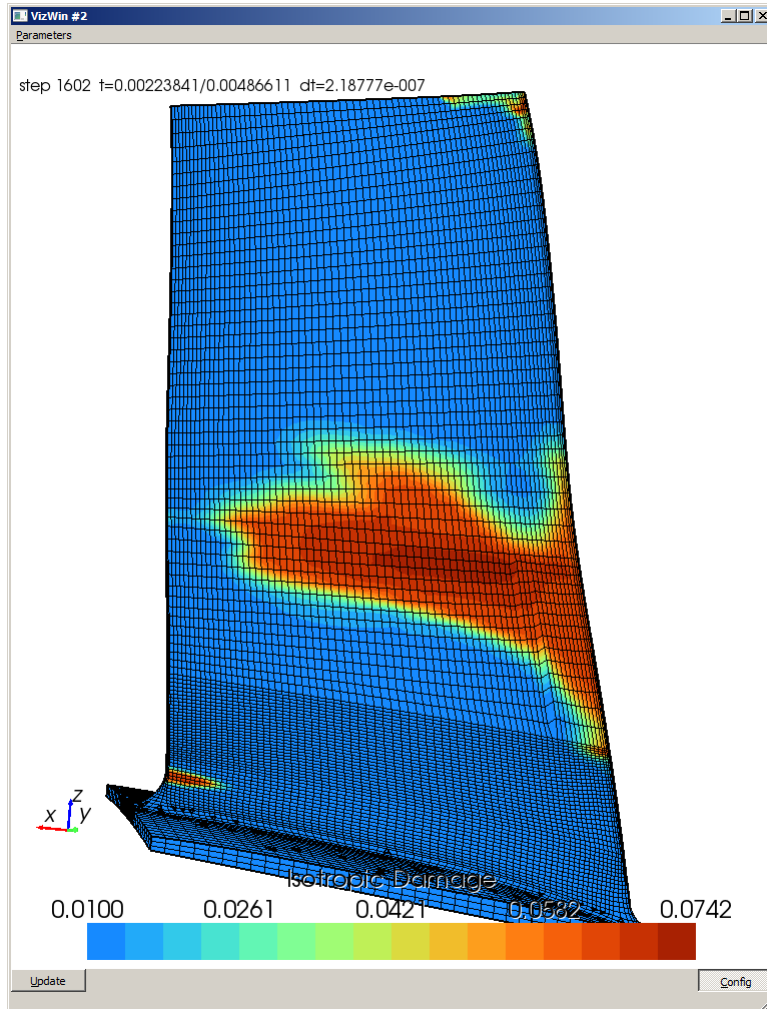
Modèle Gurson

Bonus 2 : Gurson Visco-Kocks-Mecking $d_0 = 0.01$ - $d_N = 0.05$ - $S_N = 0.01$



Modèle Gurson

Bonus 2 : Gurson Visco-Kocks-Mecking $d_0 = 0.01$ - $d_N = 0.05$ - $S_N = 0.01$



Modèle Gurson

Bonus 2 : *Gurson Visco-Kocks-Mecking* $d_0 = 0.01$ - $d_N = 0.05$ - $S_N = 0.01$